



Nilton Leonardo Valentim

Licenciado

Análise do Comportamento Dinâmico em Pontes Pedonais

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil Estruturas

Orientador: Professora Doutora Ildi Cismaşiu
Co-orientador: Professor Doutor Corneliu Cismaşiu

Júri:

Presidente: Professor Doutor Armando Manuel Sequeira Nunes Antão
Arguente: Professor Doutor Luís Armando Canhoto Neves
Vogais: Professora Doutora Ildi Cismaşiu
Professor Doutor Corneliu Cismaşiu



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Dezembro de 2012

“Copyright” Nilton Leonardo Valentim, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, queria aproveitar a oportunidade de mostrar gratidão a quem me permitiu encerrar este percurso académico. Aos orientadores desta dissertação, Professora Doutora Ildi Cismaşiu, pelo incalculável apoio, disponibilidade, simpatia e exigência, tendo sido um prazer trabalhar com ela, e partilhar o seu saber; e ao Professor Doutor Corneliu Cismaşiu, pelo empenho e incentivo, bem como a capacidade de se desdobrar, nunca deixando de me dar o seu apoio. Muito obrigado.

Ao professor Doutor Filipe Amarante dos Santos, pela disponibilidade e apoio prestado.

Ao Engenheiro Tiago Manuel Martins Rodrigues, do Departamento de Obras de Arte das EP, pelos elementos de projecto facultados e a pontualidade com que respondeu às minhas preocupações.

Ao Engenheiro Alfredo Campos Costa e à Senhora Anabela Soares Marques Martins do Núcleo de Engenharia Sísmica e Dinâmica de Estruturas do LNEC, pelos elementos disponibilizados e pelo apoio prestado no que diz respeito à execução de ensaios de caracterização dinâmica *in situ* e identificação modal.

Ao professor Fernando José Vieira do Coito do Departamento de Engenharia Electrotécnica, pelas horas que despendeu a tirar as minhas dúvidas relacionadas com o processamento de sinal.

Agradeço aos restantes docentes da secção de estruturas do Departamento de Engenharia Civil da FCT-UNL pela disponibilidade que tiveram para me ajudar sempre que necessário.

Quero agradecer à FACIT, em especial às Professoras Helena Cabral, Isabel Fonseca, Madalena Dionísio e Lourdes Costa, que nos últimos três anos muito contribuíram para que a concretização do curso fosse possível.

À minha adorável mãe, agradeço o constante apoio e incentivo que sempre me dedicou. A ela devo muito do carácter que hoje me define, muitíssimo obrigado mãe.

À São, que foi das melhores coisas que me podiam ter acontecido nos últimos anos, o meu muito obrigado. Ao Pedro, por quem tenho muita admiração, agradeço o incomensurável apoio que me tem vindo a dar.

Ao meu mano Lopo, que desde o primeiro momento encarou os meus problemas como pessoais, muito obrigado mano.

À minha mana Carla, ao Henrique e a Mariana, pelo carinho e força que sempre me transmitiram e que foi fundamental para percorrer este longo e duro caminho, obrigado.

Agradeço também à Tânia e aos tios Filipe e Judite, pelo crédito, confiança e amizade que em mim depositaram.

À professora Lila cuja amizade, companheirismo, apoio e incentivo foram importantes para o desenvolvimento deste trabalho, obrigado. À professora Maria José, que muito do seu tempo despendeu para me ajudar, muito obrigado.

Por último, mas não menos importante, aos meus colegas de curso pelo companheirismo e amizade que tivemos ao longo destes anos, que espero perdurarem por muitos mais. Agradeço em especial ao Mário, pelos momentos que juntos passamos; ao Filipe, que se mostrou sempre disponível para me ajudar no que estivesse dentro do seu alcance; ao Saldanha, cuja contribuição para a concretização deste trabalho não pode deixar de ser mencionada; ao Renato e ao Leonardo, pelas ideias e incentivo. Muito obrigado.

Nota:

A presente dissertação foi desenvolvida no âmbito do projecto SUPERB “Prevenção do descalçamento devido à acção sísmica. Elemento de reforço para pontes”, (REF.: PTDC/ECM/117618/2010), numa parceria entre a FCT-UNL, o IST-UTL, o LNEC e as EP.

Resumo

A análise do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil tem um interesse evidente para a avaliação dos efeitos das acções de sismos, vento e tráfego ferroviário, rodoviário ou pedonal. O interesse desta avaliação estende-se também à própria caracterização global do estado das estruturas, uma vez que as propriedades dinâmicas estão directamente relacionadas com esse estado.

Para analisar o comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil, tem havido ultimamente um especial interesse nas técnicas de identificação modal com base na análise da resposta das estruturas às acções a que normalmente estão sujeitas. Tal deve-se aos progressos que se têm verificado nas tecnologias dos transdutores de medição da resposta dinâmica de estruturas, dos sistemas de aquisição de dados, dos meios informáticos e também ao desenvolvimento de métodos de identificação modal.

Neste trabalho procedeu-se à análise do comportamento dinâmico de uma ponte pedonal face à acção sísmica, recorrendo a métodos de identificação modal estocástica para efeitos de caracterização estrutural. Foram identificados os três primeiros modos de vibrações, nas direcções longitudinal, transversal e vertical e os coeficientes de amortecimento modal correspondentes.

Com os resultados obtidos *in situ*, calibrou-se o modelo de elementos finitos, minimizando os erros entre as componentes modais identificadas experimentalmente e as calculadas analiticamente.

Por fim, com intuito de avaliar a resistência ao estado limite de rotura e de deformação excessiva nas zonas de ligação viga-pilar, foi feita uma análise linear para acção sísmica regulamentar de acordo com o EC8.

Palavras chave:

Identificação modal, Decomposição no domínio da frequência, Análise sísmica e Ponte pedonal.

Abstract

The response of civil engineering structures to earthquakes, wind and traffic loads can only be accurately estimated by a dynamic analysis. In addition, the dynamic properties of structures are also of interest in order to assess the current state of existing structures.

Nowadays, one can observe a growing interest in the modal identification techniques, as a way to obtain the dynamic characteristics of existing civil engineering structures. This is a direct result of recent progress in technologies associated to the dynamic response measurement and the data acquisition systems, as well as the development of high performance model identification computer codes.

In this work the dynamic behavior of a pedestrian bridge has been investigated. The first three vibration modes and the corresponding modal damping coefficients were estimated from ambient response using stochastic modal identification methods.

With the results obtained on site, the finite element model was calibrated in order to minimize the error between the identified and numerical modal components.

Finally, the structural safety of the bridge was assessed under seismic action defined by response spectra according to EC8 by performing linear three-dimensional dynamic analyses. The two limit states defined in this code, namely the collapse and excessive deformation limit states for the beam-column connection have been considered.

Keywords:

Modal identification, Frequency domain decomposition, Seismic analysis and Footbridges.

Índice de Matérias

Copyright	i
Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xv
1 Introdução	1
1.1 Considerações gerais	1
1.2 Danos devido à acção sísmica	2
1.3 Análise do comportamento dinâmico de estruturas	4
1.4 Objectivos do trabalho	10
1.5 Organização da dissertação	11
2 Comportamento dinâmico de estruturas	13
2.1 Introdução	13
2.2 Excitação determinística	14
2.2.1 Oscilador de um grau de liberdade	14
2.2.2 Oscilador de múltiplos graus de liberdade	16
2.2.3 Formulação modal	17
2.3 Excitação estocástica	20
2.4 Identificação estocástica no domínio da frequência	20
2.4.1 Método básico no domínio da frequência	21
2.4.2 Método de decomposição no domínio da frequência	24
2.4.3 Análise e processamento de sinal	27
2.5 Considerações finais	31
3 Caso de Estudo: Ponte pedonal - PP3141	33
3.1 Introdução	33
3.2 Caracterização do local	33
3.3 Breve descrição da ponte pedonal	34

3.3.1	Tabuleiro	35
3.3.2	Rampas	36
3.3.3	Pilares	38
3.3.4	Sapatas	40
3.3.5	Materiais	41
3.4	Modelo analítico da estrutura	42
3.4.1	Ligações estruturais	43
3.5	Caracterização dinâmica	50
3.5.1	Procedimentos de ensaio	51
3.5.2	Identificação modal	54
3.6	Avaliação da qualidade do modelo de elementos finitos	58
3.6.1	Comparação entre frequências próprias	58
3.7	Actualização do modelo numérico desenvolvido	60
3.7.1	Comparação entre frequências próprias	61
3.7.2	Configurações modais	61
3.7.3	Matriz dos coeficientes MAC	64
3.8	Considerações finais	65
4	Resultados e análise	67
4.1	Introdução	67
4.2	Critérios de segurança	67
4.2.1	Efeito de ferrolho	68
4.2.2	Aparelhos de apoio em neoprene simples	70
4.3	Acção sísmica segundo o EC8 (NP EN 1998 - 1 2010)	70
4.4	Resultados	73
4.5	Considerações finais	74
5	Conclusões e desenvolvimentos futuros	77
5.1	Conclusões	77
5.2	Desenvolvimento futuro	79
	Referências bibliográficas	80
A	Transformada de Fourier	89
B	Matriz de rigidez	91
B.1	Matriz de rigidez dos elementos de apoio em neoprene	91
B.2	Matriz de rigidez dos ferrolhos	92
B.2.1	Matriz de rigidez dos ferrolhos no plano LV	92
B.2.2	Matriz de rigidez dos ferrolhos no plano TV	93
B.2.3	Matriz de rigidez dos ferrolhos no plano LT	94
B.3	Sobreposição dos efeitos	94
C	Configuração dos ensaios efectuados	97

Índice de Figuras

1.1	Viaduto de Gavin Canyon, sismo de Northridge, 1994.	2
1.2	Colapsos nos sismos de Niigata e Kobe	3
1.3	Colapso nos sismos de Izmit e Loma Prieta	3
1.4	Ponte de Humber, Reino Unido ensaio de vibração ambiental	6
1.5	Planta e corte longitudinal da Ponte da Foz do Dão	7
1.6	Espectro de densidade espectral das acelerações transversais . . .	7
1.7	Configuração identificada com o método EFDD	8
1.8	Alçado principal ponte pedonal do tipo “ <i>stress-ribbon</i> ”	8
1.9	Modos de vibração identificados e calculados	9
1.10	Modelo tridimensional da ponte estudada	9
1.11	Modos de vibração calculados	10
2.1	Sistema dinâmico com 1GDL	14
2.2	Função de resposta em frequência: Amplitude e Fase	15
2.3	Sistema dinâmico com 2GDL	18
2.4	Matriz das amplitudes e fases da FRF.	19
2.5	Função densidade espectral de resposta de um sistema estrutural .	22
2.6	Representação de uma amostra de comprimento T , com dois segmentos de comprimento T_d	28
2.7	Efeito de sobreposição dum sinal devido a amostragem com frequência baixa.	29
3.1	Enquadramento geral do passadiço estudado	34
3.2	Alçado principal da ponte pedonal 3141	35
3.3	Corte transversal do tabuleiro	35
3.4	Pormenor de ligação da viga em “I” ao pilar	35
3.5	Pormenor de selagem da pré-laje às vigas pré-fabricadas	36
3.6	Pormenor de fixação entre a rampa e a viga alçado (lateral)	36
3.7	Alçados sul e norte das rampas de acesso ao assadiço	37
3.8	Pormenor da rampa com patamar tipo em planta e em alçado . . .	37
3.9	Secção transversal das rampas de acesso ao tabuleiro	38
3.10	Pormenor de selagem entre a viga e as rampas	38
3.11	Alçado do pilar de tabuleiro	39
3.12	Alçado do pilar das rampas sem continuidade das vigas	39
3.13	Alçado do pilar das rampas com continuidade das vigas	40
3.14	Secção dos pilares	40
3.15	Ligação do pilar à sapata	41

3.16	Esquema ilustrativo da rigidez de cada grau de liberdade	43
3.17	Analogia adoptada para o cálculo da rigidez dos ferrolhos	45
3.18	Sistemas acoplados considerados nos três planos espaciais	45
3.19	Evolução das frequências com o refinamento do modelo	48
3.20	Vistas do modelo analítico	49
3.21	Configurações modais	49
3.22	“Kit” completo do sistema de monitorização de vibração da Syscom	50
3.23	Vista panorâmica da ponte pedonal estudada	51
3.24	Pontos instrumentados secções longitudinal do tabuleiro	52
3.25	Pontos instrumentados secções transversais do tabuleiro	52
3.26	Pontos instrumentados nos sete ensaios	52
3.27	Disposição dos três aparelhos de vibração Syscom ensaio 4	53
3.28	Registo vertical de velocidades G2 ensaio 4	54
3.29	Espectros dos quatro primeiros valores singulares da matriz de funções de densidade espectral em velocidades métodos FDD	55
3.30	Espectros dos quatro primeiros valores singulares da matriz de funções de densidade espectral em velocidades métodos FDD	56
3.31	Correlação normalizada dos valores singulares do espectro	57
3.32	Validação da estimativa do coeficiente de amortecimento	57
3.33	Validação da estimativa do coeficiente de amortecimento	58
3.34	Fendas na estrutura	60
3.35	Configuração do 1º modo longitudinal	62
3.36	Configuração do 1º modo transversal	63
3.37	Configuração do 1º modo vertical	63
3.38	Coeficiente MAC entre o método EFDD e SAP2000 MC	64
4.1	Representação do efeito de ferrolho	67
4.2	Colapso devido ao deslocamento relativo excessivo entre o pilar e o tabuleiro	68
4.3	Condições geométricas para a mobilização do efeito de ferrolho	69
4.4	Aplicação do amortecimento de Rayleigh a PP3141	71
4.5	Espectro de resposta de cálculo segundo EC8 (NP EN 1998 - 1 2010)	72
4.6	Zonas de ligação da viga ao pilar	73
B.1	Sistemas acoplados considerados nos três planos espaciais	92
B.2	Deformada e forças de fixação para do sistema porticado, Plano LV	93
B.3	Deformada e forças de fixação para do sistema porticado, Plano TV	93
B.4	Deformada e forças de fixação para do sistema porticado, Plano LT	94
C.1	Planta da PP3141 e pontos instrumentados nas sete configurações	97
C.2	Configuração 01	98
C.3	Configuração 02	98
C.4	Configuração 03	98
C.5	Configuração 04	99
C.6	Configuração 05	99
C.7	Configuração 06	99
C.8	Configuração 07	99

Índice de Tabelas

3.1	Geometria das sapatas [62]	41
3.2	Características dos materiais [62]	42
3.3	Valores do coeficiente β_3	44
3.4	Geometria das lâminas de neoprene [62]	46
3.5	Refinamento do modelo	48
3.6	Localização dos geofones em cada ensaios	53
3.7	Estimativa do coeficiente de amortecimento pelo método EFDD	56
3.8	Erro relativo entre frequências obtidas experimentalmente	59
3.9	Erro relativo entre frequências calculadas e experimentais M5	59
3.10	Erro relativo entre frequências calculadas e experimentais MC	61
4.1	Força de corte resistente	70
4.2	Características sísmicas regulamentares	70
4.3	Deslocamento do neoprene e as forças de corte nos ferrolhos	74
C.1	Localização dos geofones nos sete <i>setupes</i>	98

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Abreviaturas

EC1 Eurocódigo 1

EC2 Eurocódigo 2

EC8 Eurocódigo 8

RSA Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes

REBAP Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado

REAE Regulamento de Estruturas de Aço para Edifícios

IC4 Itinerário Complementar 4

EN 125 -10 Estrada Nacional 125 - 10

PSP Passagens Superiores de Peões

Siglas

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

UNL Universidade Nova de Lisboa

LNEC Laboratório Nacional de Engenharia Civil

EP Estradas de Portugal,S.A.

FEUP Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

IST Instituto Superior Técnico

UTL Universidade Técnica de Lisboa

SAP2000 *Structural Analysis Program*

Símbolos

σ	tensão
ω	frequência natural
ω_a	frequência natural amortecida
γ_{Rd}	coeficiente de incerteza do valor da força resistente
$U(\omega)$	vectores da transformadas de Fourier da resposta
$P(\omega)$	vectores da transformadas de Fourier da excitação
$H(\omega)$	função de resposta em frecuencia
$1GDL$	um grau de liberdade
$nGDL$	múltiplos grau de liberdade
FDT	transformada discreta de Fourier
BFD	<i>Basic Frequency Domain</i>
PP	<i>Peak Pickig</i>
FDD	<i>Frequency Domain Decomposition</i>
$EFDD$	<i>Enhanced Frequency Domain Decomposition</i>
f_y	tensão de cedência do aço
A_s	área do varão de aço
f_{cu}	resistência à compressão do betão num provete cúbico
f_{cd}	valor de cálculo da tensão de rotura do betão a compressão
ϕ	diâmetro do varão
$\delta_{xy,Ed}$	valor de cálculo do deslocamento máximo
$\delta_{xy,Rd}$	deslocamento máximo admissível
V_{Ed}	valor de cálculo do esforço de corte
V_{Rd}	valor resistente da força de corte

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações gerais

Nos últimos anos, o desenvolvimento na construção das redes viárias tem vindo a crescer significativamente, levando a dificuldades de circulação de peões, e, consequentemente, aumentando a necessidade de construção de passagens superiores, de modo a facilitar o tráfego pedonal.

As pontes pedonais têm como função a ligação entre dois ou mais espaços distintos, de forma eficiente, rápida e sobretudo segura. Estes tipos de estruturas têm sido utilizados desde a antiguidade para vencerem os obstáculos impostos pela Natureza e, segundo Ritter [77], representam uma das mais antigas obras de engenharia.

As pontes pedonais construídas nos últimos anos caracterizam-se por serem pouco robustas e muito esbeltas, visto que no acto da sua concepção não são previstos grandes níveis de carga. Este facto torna este tipo de estruturas bastante sensível a acções dinâmicas, levando a que, em muitas delas, acções de pequena magnitude conduzam a estrutura a vibrações excessivas [43].

A principal causa de vibrações excessivas em pontes pedonais é a ocorrência de fenómenos de ressonância, motivados pela proximidade entre a frequência da acção que solicita a estrutura e a frequência natural desta. O fenómeno da ressonância torna-se mais acentuado quando, para além da estrutura ser relativamente flexível, tem também um baixo amortecimento estrutural, como sucede em especial com algumas pontes metálicas ou mistas.

Associados ao problema das vibrações, para além do desconforto por parte dos utilizadores, estão fenómenos de fissuração, fracturas por fadiga, colapso total ou parcial, redução de vida útil em serviço [50]. O problema do conforto em pontes pedonais pode intimidar os utilizadores, perdendo a ponte a sua funcionalidade, e não estando desta forma a satisfazer os objectivos para os quais foi projectada.

No caso de ocorrência de um sismo, o colapso de uma ponte pedonal não é, de todo, o que mais preocupa as Autoridades de Protecção Civil. Contudo,

este problema pode condicionar o funcionamento das restantes redes de infra-estruturas, vulgarmente designadas por “lifelines”, que são peças vitais e essenciais para uma resposta rápida e eficiente das autoridades em caso de eventos extremos.

Os grandes sismos, pela forma globalizante e indiscriminada como atingem os diferentes tipos de redes de infra-estruturas, estão entre os riscos naturais que, do ponto de vista histórico, quer em Portugal quer a nível internacional, comprovadamente [31], maior impacto negativo tem causado, não só a nível de vítimas, como também a nível de bens públicos e privados.

1.2 Danos devido à acção sísmica

Para além de perda de vidas humanas aos danos causados por acções sísmicas estão associados custos económicos, sendo estes classificados em directos e indirectos. Os danos directos são o somatório dos custos de reparação dos elementos da rede afectados, enquanto que os danos indirectos, mais difíceis de quantificar, estão relacionados com a forma como a economia é afectada pela interrupção da rede de transportes.

Os danos em pontes podem ser provocados pela rotura do solo de fundação, situação que depende essencialmente do nível de deformação do solo; ou pelo movimento de vibração da estrutura, quando dependem em grande parte das suas características dinâmicas para resistir a acções cíclicas [41].

Na Figura 1.1 mostra-se o caso de colapso do tabuleiro do Viaduto de *Gavin Canyon*, durante o sismo de Northridge, 1994.



Figura 1.1: Viaduto de Gavin Canyon, sismo de Northridge, 1994 [51]

Depois do sismo de San Fernando Valley, em 1971, nos EUA em que se verificou a queda de uma ponte por falta de zona de apoio nos encontros [41], o Viaduto de *Gavin Canyon* foi alvo de intervenção, mas a falta de apoio do tabuleiro numa das extremidades deu origem ao seu colapso [51].

Para além dos já mencionados casos de colapso de obras de arte devido aos sismos de Northridge e San Fernando Valley, existem relatos de muitos outros, alguns dos quais são de seguida mencionados:

- o colapso por rotação dos pilares, devido a efeitos de liquefacção, nas pontes *Showa Bridge* (Japão) no sismo de Niigata, em 1964, e *Nishinomiya Bridge* (Japão) no sismo de Kobe, em 1995, Figura 1.2;

(a) *Showa Bridge*, 1964(b) *Nishinomiya Bridge*, 1995

Figura 1.2: Colapsos nos sismos de Niigata (a) e Kobe (b) [41]

- deslocamentos relativos excessivos entre pilares que causaram descalçamento dos apoios dando origem à queda do tabuleiro no Viaduto perto de Arifiye (Turquia), no sismo de Izmit, em 1999, e *San Francisco - Oakland Bay Bridge* (USA), no sismo de Loma Prieta, em 1989, Figura 1.3;



(a) Viaduto perto de Arifiye (Turquia), 1999

(b) *San Francisco - Oakland Bay Bridge*, 1989

Figura 1.3: Colapsos nos sismos de Izmit (a) e Loma Prieta (b) [41]

Os acidentes acima mencionados estiveram na origem de elevadas perdas humanas, bem como de bens públicos e privados, não sendo, portanto, de estranhar que a análise do comportamento dinâmico e a vulnerabilidade sísmica destas redes seja uma preocupação da engenharia estrutural.

Essa crescente preocupação da engenharia de estruturas, tem-se reflectido no desenvolvimento de novas tecnologias que permitem a observação do comportamento dinâmico de estruturas reais e de modelos numéricos, ao nível das metodologias de identificação modal e ao nível dos modelos computacionais para simulação e interpretação do comportamento dinâmico.

1.3 Análise do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil

O presente trabalho pretende avaliar a integridade estrutural de uma ponte pedonal quando solicitada a acções sísmicas regulamentares, utilizando métodos de identificação modal estocástica no domínio da frequência, para efeitos de caracterização dinâmica.

A análise do comportamento dinâmico e a vulnerabilidades de estruturas de engenharia civil às acções dinâmicas é um tema que preocupa aos engenheiros de estruturas há longa data, sendo praticamente impossível efectuar uma apresentação exaustiva de todo o trabalho que tem sido feito neste domínio. No entanto, referem-se em seguida alguns trabalhos que ilustram o interesse e a importância desse tema.

A análise dinâmica de estruturas no ramo da engenharia civil passa, geralmente, por processos de identificação modal, em que a sua caracterização é possível a partir de informação obtida por via experimental e com os métodos de identificação modal é possível conhecer um conjunto de modos naturais de vibração traduzidos em termos das suas frequências, coeficientes de amortecimento e configurações.

Os primeiros passos no domínio da identificação modal tiveram início na década de 40 do século passado [17]. Desde essa altura, têm-se verificado progressos significativos nas tecnologias dos transdutores de medição da resposta dinâmica de estruturas, dos sistemas de aquisição de dados, dos meios informáticos e também no desenvolvimento de métodos de identificação modal.

Foi no ano de 1964 que foi utilizado pela primeira vez o método básico no domínio da frequência (BFD - *Basic Frequency Domain*) para avaliar as frequências naturais de um edifício de 19 pisos a partir da análise dos registos de velocidade obtidos em ensaios de medição de vibrações ambientais, estimando também a configuração do primeiro modo de translação numa das direcções [28].

Mais tarde, em 1971, nos Estados Unidos, o método foi utilizado com o objectivo de avaliar as frequências próprias, as configurações modais e os respectivos coeficientes de amortecimento nas pontes suspensas *Newport Bridge* em Rhode Island e *William Preston Lane Memorial Bridge* em Maryland, utilizando técnicas de análise espectral dos registos de vibrações induzidas pelos efeitos do tráfego e vento [60].

No ano seguinte, em 1972, foram avaliadas as frequências e configurações dos modos naturais de vibração de dois edifícios, utilizando os espectros de Fourier de registos de velocidades obtidos em ensaios de medição de vibrações ambientais [17, 78].

Ainda na década de 70, concretamente no ano de 1978, foi feita a avaliação de frequências dos modos naturais de vibração da ponte suspensa *Vincent Thomas*

Bridge em Los Angeles, a partir dos registos de velocidades e deslocamentos na estrutura sob o efeito do vento e tráfego rodoviário [75].

Em Portugal, o LNEC destacou-se em 1969 ao usar o método BFD pela primeira vez para avaliar o comportamento dinâmico de edifícios a partir de ensaios de vibração ambiental [61, 78].

Mais tarde, apareceram pequenos centros de investigação no âmbito de identificação modal estocástica, como por exemplo o Laboratório de Monitorização de Estrutura da FEUP (Vibest, www.fe.up.pt/vibest) que, por exemplo, usou este método para realizar ensaios dinâmicos de recepção de viadutos ferroviários, tendo efectuado, em particular, ensaios em cinco obras de arte durante a remodelação da Linha Porto - Guimarães, dois viadutos construídos durante a remodelação da Linha Porto - Braga [57] e a ponte situada sobre o rio Vouga, na estrada EN329 [56].

O aperfeiçoamento do método BFD levou ao surgimento do método base de decomposição no domínio da frequência (FDD - *Frequency Domain Decomposition*), bem como da sua versão melhorada (EFDD - *Enhanced Frequency Domain Decomposition*).

O método FDD foi apresentado e utilizado pela primeira vez no contexto de identificação modal estocástica em 1982 [61, 78]. Posteriormente, em 1988, este mesmo princípio foi utilizado no contexto de análise modal experimental com controlo e medição das forças de excitação, tendo sido este método designado por *Complex Mode Indication Function* - CMIF [83].

Em Portugal, só em 1992 foi usado pela primeira vez o método FDD pelo LNEC, para obter um espectro designado por espectro principal de velocidades, a partir do qual foi possível identificar em estruturas as frequências naturais de vibração e obter as respectivas componentes modais [25].

As obras de reforço sísmico no edifício da Assembleia da República, em 2009, são fruto de avaliação e caracterização dinâmica com recurso a estas técnicas de identificação modal. A necessidade desse reforço sísmico surge na sequência de um relatório, elaborado em Junho de 2008 pelo LNEC, relativo à avaliação e caracterização dinâmica do Palácio de São Bento, que concluiu que as paredes principais da Sala das Sessões e do Senado são elementos de elevada vulnerabilidade sísmica, carecendo de uma análise de pormenor. Feitos os ensaios de caracterização dinâmica do Palácio de São Bento, concluiu-se que realmente existiam excessivas deformabilidades da parede principal da Sala das Sessões, em resultado da ausência de travamentos [26].

Um outro caso de aplicação destas técnicas são os ensaios de caracterização feitos pela FEUP, em parceria com a Universidade de Sheffield [17], na ponte suspensa de Humber no Reino Unido. A ponte de Humber, composta por três vãos em que os vãos laterais apresentam 280 m e 550 m e o vão central tem de

comprimento 1 410 m [15], está na lista das cinco maiores pontes suspensas do mundo com um comprimento total de 2 220 m.

A caracterização dinâmica da ponte suspensa de Humber às acções ambientais foi realizada com recurso a um conjunto de 10 sismógrafos triaxiais programáveis e sincronizados através de antenas GPS, onde foi possível instrumentar 76 secções ao longo do tabuleiro e torres, num período de 5 dias, em séries temporais de 1 hora, foram instrumentados 228 graus de liberdade, utilizando dois pares de sensores como referência (Figura 1.4).

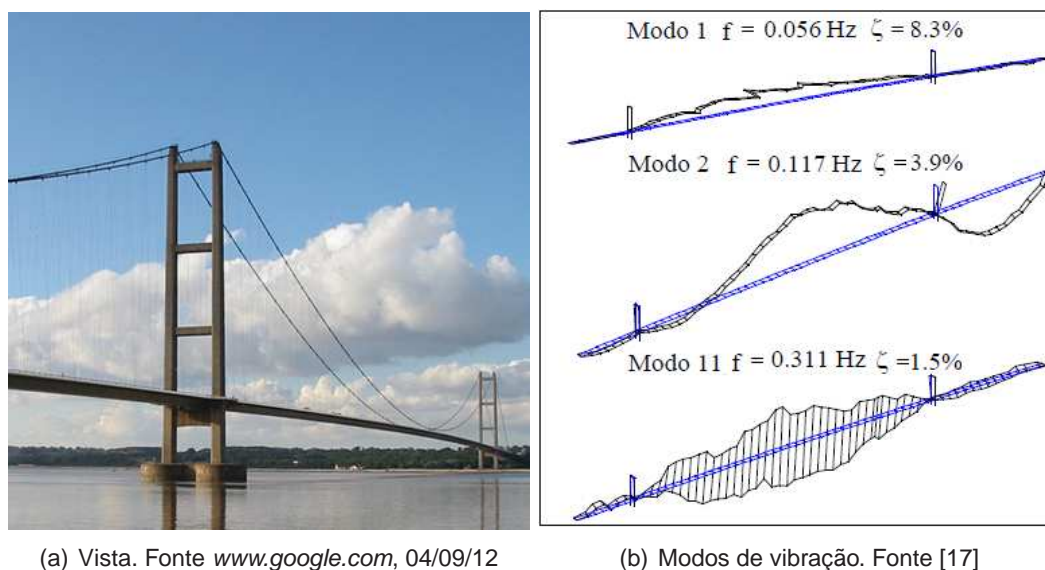


Figura 1.4: Ponte de Humber, Reino Unido ensaio de vibração ambiental

A ponte suspensa de Humber já tinha sido objecto de estudo em 1985, quando, utilizando apenas 3 acelerómetros, 2 Km de cabo e um sistema de gravação analógica em fita magnética, foi possível instrumentar 40 secções ao longo do tabuleiro e torres. As séries recolhidas tiveram a duração de uma hora, tendo o ensaio durado 6 meses e identificado 100 frequências naturais e modos de vibração no intervalo de 0 a 2 Hz [15].

Os últimos ensaios efectuados a ponte suspensa de Humber, para além da identificação das características modais, tinham por objectivo avaliar a eficiência dos aparelhos, bem como as técnicas de ensaio utilizadas, que, por se tratar de uma estrutura de grandes dimensões e caracterizada por um elevadíssimo número de frequências próprias baixas e muito próximas umas das outras, se revelaram extremamente eficientes.

Com vista à avaliação das condições de segurança de obras de arte inseridas na rede viária da Agueira e obtenção de informação que permita caracterizar o estado actual das obras, foram realizados pelo LNEC ensaios de medição da resposta às acções ambiente na ponte da Foz do rio Dão e na ponte sobre o rio

Criz II. Ambas as pontes são em betão armado pré-esforçado da autoria do Prof. Edgar Cardoso, projectadas em 1975 [79, 80].

A ponte da Foz do rio Dão é constituída por nove tramos, tendo dois tramos de extremidade com vãos de 30 m cada um e sete tramos intermédios com vãos de 40 m cada, que perfazem um comprimento total de 340 m, Figura 1.5 [79].

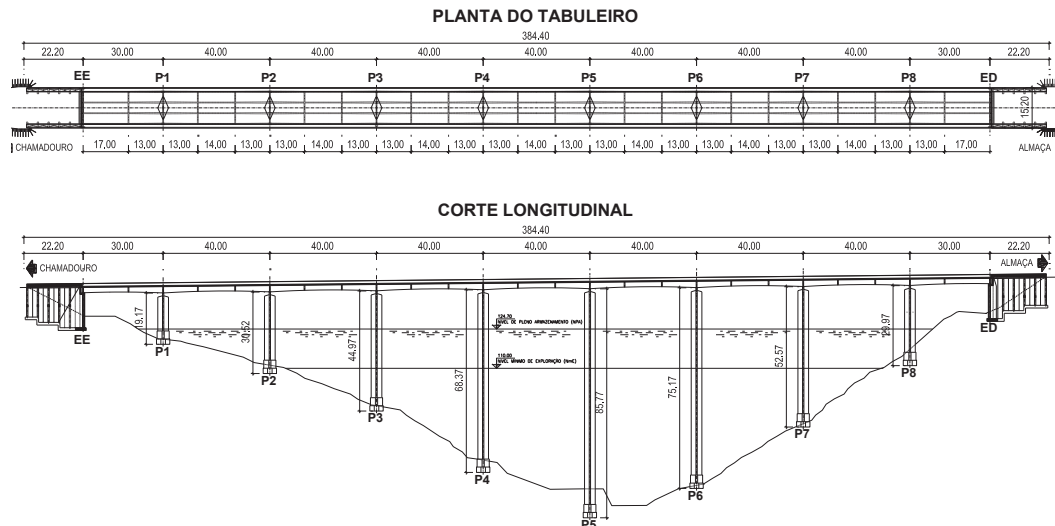


Figura 1.5: Planta e corte longitudinal da Ponte da Foz do Dão [79]

No processo de caracterização dinâmica da ponte da Foz do rio Dão, foram identificados modos de vibração nas direcções transversais e verticais. A título ilustrativo, na Figura 1.6 apresentam-se os espectros de funções de densidade espectral das acelerações transversais, obtida utilizando o programa *ARTeMIS Extractor* [86].

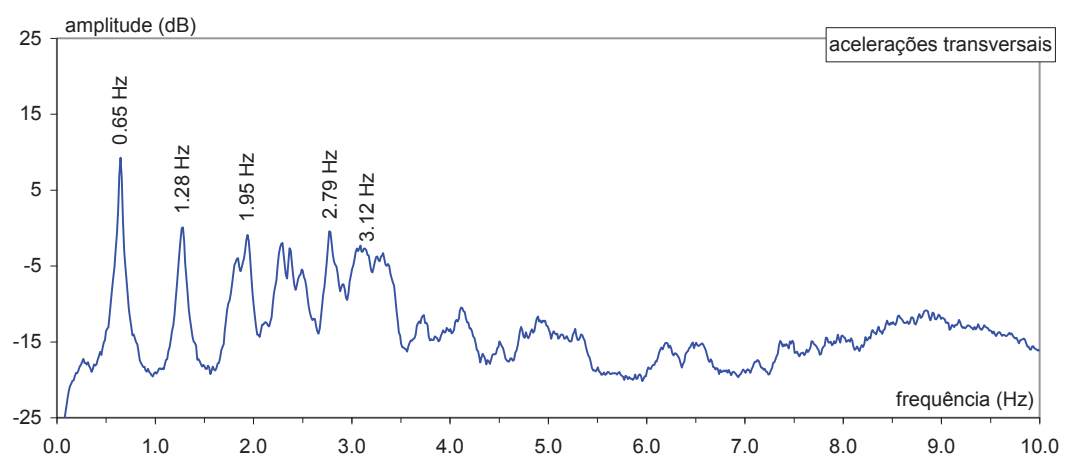


Figura 1.6: Espectro de densidade espectral das acelerações transversais [79]

Ainda em relação à ponte da Foz do rio Dão, na Figura 1.7 apresentam-se as duas

primeiras configurações modais das cinco identificadas com o método EFDD para o modo transversal, numa representação em plana retirada do programa *ARTEMIS Extractor*, onde também se pode visualizar o valor das frequências identificadas, bem como o coeficiente de amortecimento estimado.

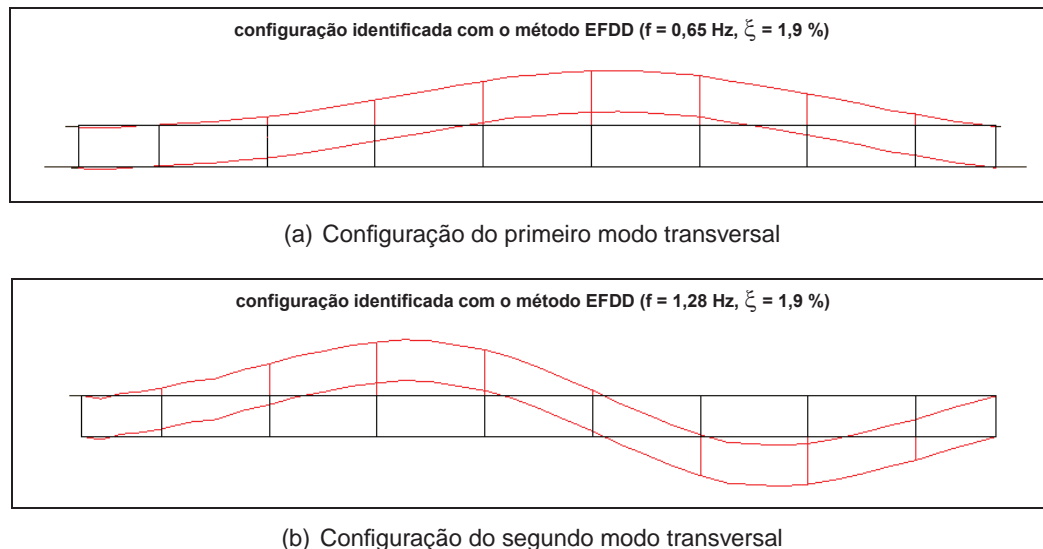


Figura 1.7: Configuração identificada com o método EFDD [79]

Em 2004, foi desenvolvido na FEUP um trabalho com o objectivo de mostrar a importância dos ensaios de medição da resposta às acções ambientais na identificação de parâmetros modais e na calibração de modelos numéricos.

O trabalho foi desenvolvido numa ponte pedonal do tipo “*stress-ribbon*” (Figura 1.8), que se caracteriza por apresentar níveis excessivos de vibração. A ponte pedonal estudada localiza-se no campus da FEUP e foi construída com o objectivo de ligar o edifício da cantina e a zona da biblioteca.

A ponte é apoiada nos encontros e num pilar intermédio, formando dois vãos de 28 e 30 m. A laje de tabuleiro constitui uma estrutura laminar de betão armado, com 3,8 m de largura e cerca de 0,15 m de espessura [16].

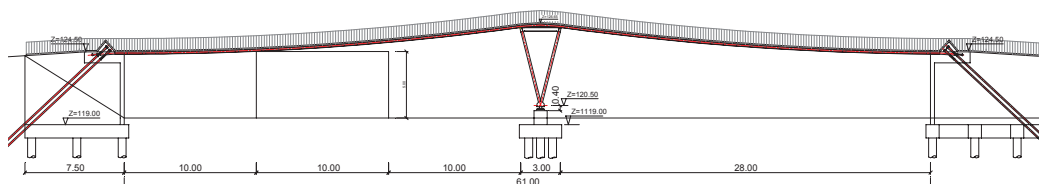
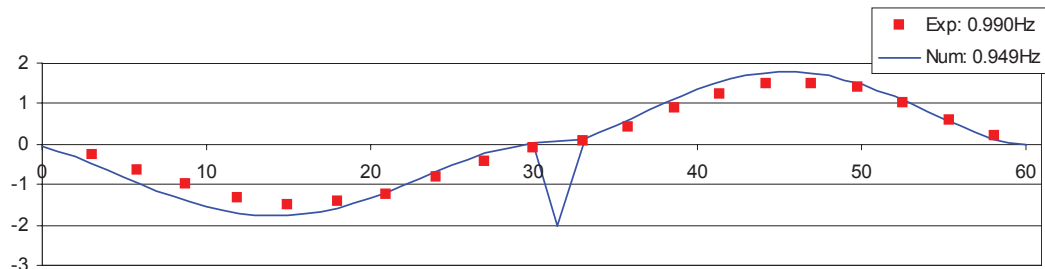


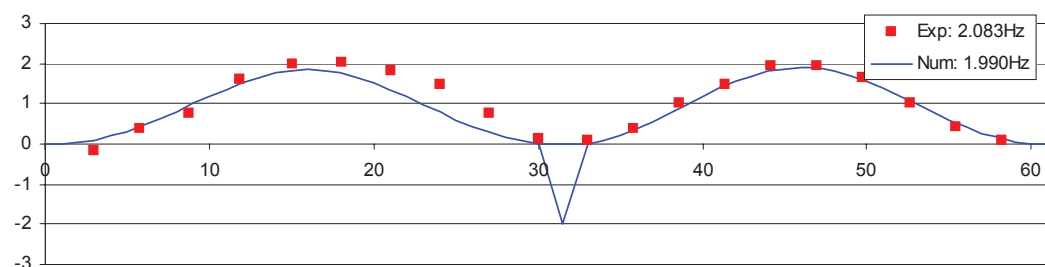
Figura 1.8: Alçado principal ponte pedonal do tipo “*stress-ribbon*” [16]

No total foram identificados 10 modos de vibração com frequências entre 0,99 a 8,26 Hz, aplicando o método BFD. Na Figura 1.9 esta apresentada a comparação

dos primeiros dois modos de vibração identificados e calculados através do modelo de elementos finitos calibrado. Pela configuração, conclui-se que são verticais e que existe uma boa concordância entre ambos.



(a) 1º Modos de vibração



(b) 2º Modos de vibração

Figura 1.9: Modos de vibração identificados e calculados [16]

Um outro trabalho onde é evidente o importante papel que os ensaios experimentais assumem na caracterização do comportamento estrutural e na calibração e validação do modelo de elementos finitos para efeitos de análise dinâmica, é o trabalho desenvolvido numa ponte pedonal metálica, em 2009, na cidade de Trabzon, Turquia [7].



Figura 1.10: Modelo tridimensional da ponte estudada [7]

A partir dos ensaios foram identificados 6 modos de vibração no intervalo de 2,08 a 6,67 Hz (três verticais e três de torsão), utilizando o método BFD. Em termos de frequências naturais, a concordância entre o modelo de elementos finitos e os

valores medidos experimentalmente foi possível a custa de optimização estrutural, de onde se conseguiu uma redução do erro de 22 % para 5 %.

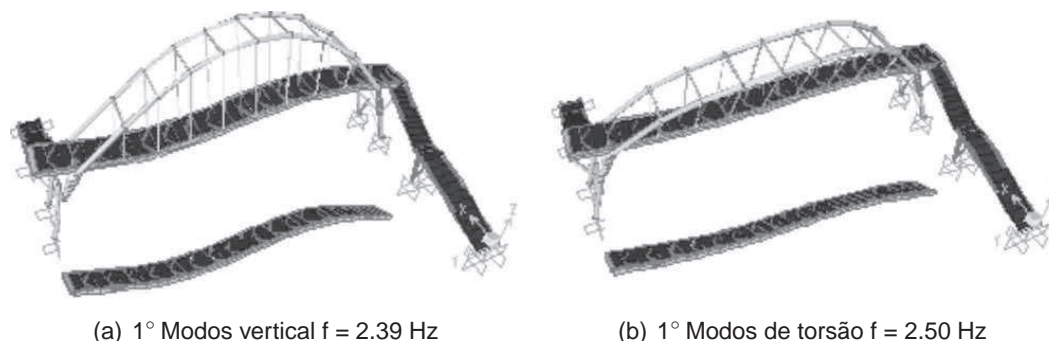


Figura 1.11: Modos de vibração calculados [7]

Na Figura 1.11 estão apresentados o primeiro modo de vibração vertical e de torsão, já optimizados, calculados através do modelo de elementos finitos, com recurso ao programa *SAP2000*.

1.4 Objectivos do trabalho

Ciente dos efeitos que um sismo de magnitude moderada a elevada pode provocar na sociedade portuguesa, a empresa Estradas de Portugal, S.A (EP), e o Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), em parceria com o departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Nova de Lisboa (FCT - UNL) e o Instituto Superior Técnico - Universidade Tecnológica de Lisboa (IST - UTL), estão a desenvolver um projecto, designado SUPERB, que tem por objectivo a prevenção do descalçamento devido à acção sísmica e a aplicação de elementos de reforço em pontes, no âmbito do qual se insere o desenvolvimento da presente dissertação.

Os danos devidos ao efeito dinâmico dependem muito das características dinâmicas e da capacidade da estrutura para resistir a acções cíclicas. Neste contexto, o objectivo da presente dissertação é a identificação das características modais de uma ponte pedonal localizada na Estrada Nacional 125 - 10 (EN125 - 10), concretamente na freguesia de Montenegro, distrito de Faro, região do Algarve.

Por fim, visto que a ponte pedonal estudada foi dimensionada com base na antiga regulamentação nacional (RSA, REBAP e REAE), substituída em 2007 pelo regulamento europeu para o dimensionamento de estruturas à acção sísmica (EC8), pretende-se avaliar a segurança da estrutura face à acção sísmica segundo os regulamentos actualmente em vigor.

1.5 Organização da dissertação

Para além do presente capítulo, onde se apresentam breves considerações do tema estudado, os objectivos da dissertação e o modo como se encontra organizada, a dissertação estende-se por mais quatro capítulos.

No capítulo 2 é apresentada uma descrição sumária de alguns dos métodos que permitem analisar o comportamento dinâmico de estruturas no ramo da engenharia civil, no domínio da frequência.

O capítulo 3 é reservado ao estudo de uma ponte pedonal localizada na EN 125 - 10. Neste capítulo, para além da aplicação prática dos métodos de identificação modal estocástica abordados no capítulo 2, é desenvolvido e calibrado o modelo analítico da ponte estudada.

No capítulo 4, são definidos os critérios de segurança ao estados limites de ruptura e de deformação excessiva nas zonas de ligação entre elementos estruturais, com objectivo de analisar a integridade estrutural na zonas de ligação viga/pilar, devido a acções sísmicas regulamentares definidas de acordo com o EC8.

No capítulo 5, é apresentada uma análise dos resultados e as conclusões do trabalho efectuado, fazendo-se por fim diversas recomendações surgidas na sequência do trabalho desenvolvido e que poderão ser aplicadas futuramente.

Capítulo 2

Comportamento dinâmico de modelos estruturais

2.1 Introdução

Os sismos são, desde há muito, dos fenómenos que maiores destruições provocam e maiores perdas materiais e humanas originam. No último século, nota-se uma crescente preocupação da sociedade em relação à problemática da segurança, que se tem reflectido a nível da engenharia de estruturas, com a revisão da regulamentação de segurança, concretamente no que concerne às solicitações dinâmicas a que as estruturas podem estar sujeitas.

Em engenharia civil, a análise do comportamento dinâmico das estruturas é efectuada habitualmente recorrendo a resultados experimentais obtidos em ensaios de vibrações e/ou a resultados de simulação numérica em modelos computacionais.

Geralmente, o recurso a modelos numéricos está associada à concepção e projecto de novas estruturas, ou então a actividades relacionadas com o acompanhamento e a avaliação de segurança de estruturas existentes que apresentem um risco potencial significativo, como é o caso das pontes e das grandes barragens [61].

A utilização de ensaios de vibrações está usualmente associado aos designados ensaios de recepção, realizados após a construção das estruturas e antes da sua entrada em serviço, para avaliar as condições de segurança iniciais, bem como a ensaios periódicos ao longo da vida útil das estruturas, enquadrados nas actividades de observação do seu comportamento dinâmico [61, 79, 80].

Neste capítulo apresenta-se uma descrição sumária de alguns dos métodos que permitem analisar o comportamento dinâmico de estruturas no ramo da engenharia civil, no domínio da frequência, começando pelo usual método determinístico e de seguida descrevendo o método estocástico.

2.2 Excitação determinística

O comportamento dinâmico de estruturas com base em excitações determinísticas baseia-se na determinação da resposta das estruturas, a partir de excitações conhecidas.

2.2.1 Oscilador de um grau de liberdade

Considera-se o sistema de um grau de liberdade de massa (m), rigidez (k) e amortecimento do viscoso (c), representado na Figura 2.1.

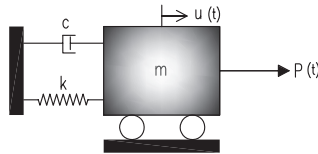


Figura 2.1: Sistema dinâmico com 1GDL

Aplicando a 2ª Lei de Newton [19], é possível escrever o movimento do oscilador de um grau de liberdade representado na Figura 2.1, o que se traduz na seguinte equação:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t) \quad (2.1)$$

em que $u(t)$ representa a resposta do oscilador a uma acção $p(t)$, $\dot{u}(t)$ e $\ddot{u}(t)$ são respectivamente a primeira e segunda derivada de $u(t)$ em ordem ao tempo t .

A resolução da equação diferencial de segunda ordem (2.1) pode ser efectuada no domínio do tempo, recorrendo a funções de resposta a impulsos (IRF), por exemplo recorrendo ao integral de convolução de Duhamel [19, 21].

No entanto, o objectivo deste trabalho é estudar o comportamento estrutural com base na análise de resultados experimentais no domínio da frequência. Neste contexto, é evidentemente mais interessante analisar a equação diferencial (2.1) no domínio da frequência, utilizando para o efeito a transformada de Fourier [18], o que se traduz em:

$$U(\omega) = H(\omega) \cdot P(\omega) \quad (2.2)$$

em que $U(\omega)$ e $P(\omega)$ representam as transformadas de Fourier da resposta e da excitação, e $H(\omega)$ é função de resposta em frequência (FRF) do sistema de um grau de liberdade, e caracterizam o sistema através da relação apresentada na equação (2.3) cuja sua obtenção é apresentada no anexo A:

$$H(\omega) = [-\omega^2 \cdot m + i \cdot \omega \cdot c + k]^{-1} \quad (2.3)$$

Atendendo ao parágrafo anterior, é fácil perceber que os sistemas estruturais podem ser descritos por intermédio de funções que caracterizam a sua resposta, nomeadamente através das FRF [18, 78].

Considere-se que o sistema representado na Figura 2.1 apresenta uma frequência própria de 1 rad/s. Na Figura 2.2, são apresentadas as características de resposta do mesmo sistema para valores de coeficiente de amortecimento sub-crítico, crítico e super-crítico.

A função de reposta em frequência é uma função complexa constituída por uma parte real e uma parte imaginaria, sendo portanto necessário duas funções para a definir por completo: amplitude e fase em função da frequência, tal como se representa na Figura 2.2, obtida com base em rotinas programadas em Matlab [24].

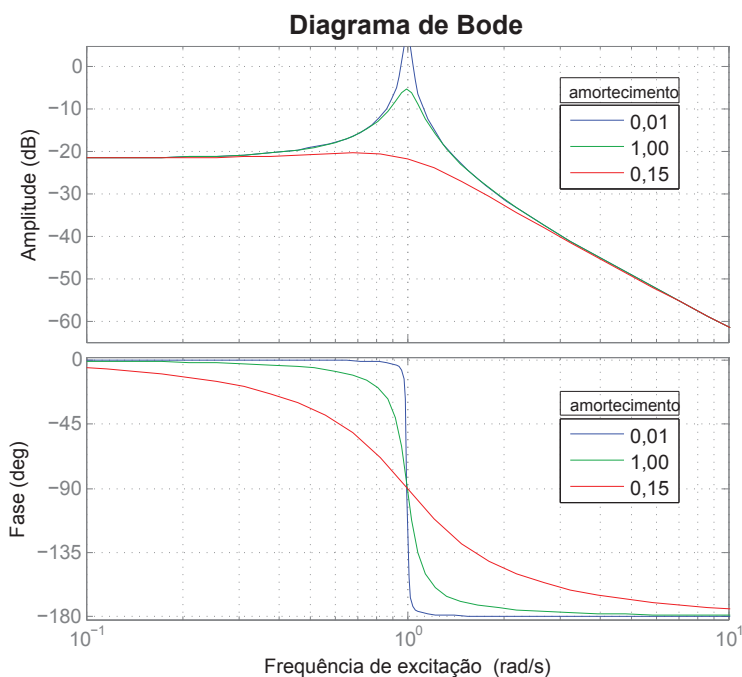


Figura 2.2: Função de resposta em frequência: Amplitude e Fase

Para análise do diagrama de Bode¹ importa, antes de mais, definir a relação existente entre as frequências amortecida (ω_a), natural (ω_n) e coeficiente de amortecimento estrutural (ζ):

$$\omega_a = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.4)$$

Tendo em conta a equação (2.4) e olhando com atenção o gráfico da Figura 2.2 pode-se depreender que:

- a FRF é uma função que, no domínio da frequência, caracteriza o comportamento da estrutura permitindo, desta forma, identificar aproximadamente a gama de frequências a que a estrutura tem tendência para vibrar;

¹Trata-se de um diagrama que mostra a dependência da resposta em frequência com a frequência de excitação de um sistema estrutural.

- a gama de frequências a que a estrutura tem tendência para vibrar caracteriza-se por apresentar o máximo valor de amplitude e uma brusca mudança de fase de 180° ;
- para diferentes valores de coeficiente de amortecimento, a amplitude da FRF apresenta um máximo em correspondência com a frequência natural da estrutura;
- quando a frequência de excitação (ω) é igual à frequência amortecida do sistema, a amplitude da vibração do sistema torna-se infinita. Diz-se que a excitação está em ressonância com o sistema;
- a amplitude pode manter-se pequena, quer através da escolha de um elevado coeficiente de amortecimento viscoso, quer mantendo afastadas uma da outra a frequência natural do sistema e a frequência de excitação.

Importa ainda referir que, a partir do gráfico da amplitude, é também possível estimar o coeficiente de amortecimento do sistema estrutural, como veremos mais adiante na secção 2.4 do presente capítulo.

2.2.2 Oscilador de múltiplos graus de liberdade

O movimento de um oscilador de múltiplos graus de liberdade é regido pela equação matricial que se segue [19, 21]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (2.5)$$

As matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são a matriz de massa, amortecimento e rigidez do sistema, cujos elementos m_{ij} , c_{ij} e k_{ij} representam as forças generalizadas que ocorrem segundo o grau de liberdade i , quando no grau de liberdade j é induzida uma aceleração, uma velocidade ou um deslocamento unitário.

Os vectores $\ddot{\mathbf{u}}(t)$, $\dot{\mathbf{u}}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$ contêm as acelerações, velocidades e deslocamentos generalizados relativos a cada um dos graus de liberdade da estrutura, enquanto o vector $\mathbf{p}(t)$ contém as forças aplicadas segundo cada um dos graus de liberdade da estrutura.

A resolução da equação diferencial no domínio da frequência resulta numa equação semelhante à definida para o caso do oscilador de um grau de liberdade, sendo que no caso de um oscilador com múltiplos graus de liberdade $\mathbf{U}(\omega)$ e $\mathbf{P}(\omega)$, são vectores que representam as transformadas de Fourier da resposta e da excitação, respectivamente, e $\mathbf{H}(\omega)$ é uma matriz composta por um conjunto de componentes $H(\omega)_{ij}$, as quais são funções de resposta em frequência (FRF) do sistema, que relacionam a resposta no grau de liberdade i com a força generalizada aplicada no grau de liberdade j . Esta matriz relaciona-se com as matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} , que caracterizam o sistema estrutural, através da relação que se segue [18]:

$$\mathbf{H}(\omega) = [-\omega^2 \cdot \mathbf{M} + i \cdot \omega \cdot \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \quad (2.6)$$

A obtenção da FRF é feita por via computacional e, mesmo assim, é uma operação que pode vir a ser dispendiosa, pois obriga ao cálculo da inversa de uma matriz complexa para cada frequência pretendida. Para resolver esta possível limitação computacional, recorre-se à designada formulação modal.

2.2.3 Formulação modal

A formulação modal permite obter a matriz das funções de resposta em frequência de uma forma numericamente mais eficiente, transformando o sistema de equações diferenciais (2.5) num conjunto de equações diferenciais desacopladas.

A aplicação desta operação consiste em:

- expressar o vector dos deslocamentos numa combinação linear de vectores independentes, designados por modos de vibração Φ , os quais são combinados linearmente através das designadas coordenadas modais q_i .
- considerar as condições de ortogonalidade dos modos de vibração em relação à matriz massa e à matriz de rigidez;
- admitir um amortecimento de Rayleigh² de modo a verificar-se também a ortogonalidade em relação à matriz de amortecimento.

Assim, em vez de um sistema com N equações diferenciais a N incógnitas, fica-se reduzido a N equações com apenas uma incógnita cada, as N equações modais desacopladas [19, 21]:

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n\omega_n\dot{q}_n + \omega_n^2q_n = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad n = 1, \dots, N \quad (2.7)$$

onde M_n e $P_n(t)$, são respectivamente massa, rigidez e força generalizada para o modo n , ζ_n correspondente coeficiente de amortecimento do modo n , ω_n é a n -ésima frequência própria da estrutura e $q_n(t)$ corresponde a n -ésima coordenada modal, sendo $\dot{q}_n(t)$ e $\ddot{q}_n(t)$, respectivamente, a sua primeira e segunda derivadas em relação ao tempo.

O sistema de equações (2.7) rege o comportamento modal de uma estrutura com N graus de liberdade, sendo que cada uma das equações desacopladas pode ser resolvida no domínio da frequência [61], surgindo na forma:

$$U_i(\omega) = H_{di}(\omega) \cdot P_i(\omega) \quad (2.8)$$

Cada uma das funções de resposta em frequência no espaço modal $H_{di}(\omega)$ é definida em função dos parâmetros modais, pela expressão:

$$H_{di}(\omega) = [\omega_i^2 - \omega^2 + 2 \cdot i \cdot \zeta \cdot \omega \cdot \omega_i]^{-1} \quad (2.9)$$

²Trata-se de um modelo de amortecimento em que se admite que a distribuição do amortecimento na estrutura é proporcional a distribuição da massa e da rigidez.

A matriz das funções de resposta em frequência pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_{i=1}^N H_{di} \cdot \Phi \cdot \Phi^T \quad (2.10)$$

a expressão (2.10) pode ser sistematizada na forma seguinte:

$$\mathbf{H}(\omega) = \Phi \cdot \mathbf{H}_d \cdot \Phi^T \quad (2.11)$$

na qual a matriz \mathbf{H}_d é uma matriz diagonal que contém, na sua diagonal principal, as funções de resposta em frequência no espaço modal, encontrando-se os modos de vibração normalizados em relação à matriz de massa.

A partir da última expressão, pode-se obter facilmente a equação seguinte, que permite o cálculo dos vários elementos da matriz das FRF [61]:

$$H_{(m,n)}(\omega) = \sum_{i=1}^N \frac{(\phi_m)_i \cdot (\phi_n)_i}{\omega_i^2 - \omega^2 + 2 \cdot j \cdot \zeta \cdot \omega \cdot \omega_i} \quad (2.12)$$

onde $(\phi_m)_i$ é a componente m do modo de vibração i e a componente imaginária da FRF toma agora a designação j , de modo que não se confunda com índice i da soma.

O cálculo da matriz das FRF através da formulação modal é muito mais eficiente, não só pelo facto de as operações matemáticas envolvidas serem mais simples, mas também porque é possível ter em consideração um número de modos de vibração limitado, bastando para tal alterar o limite superior dos somatórios das expressões, para contabilizar apenas a contribuição dos primeiros modos que se julguem representativos do sistema dinâmico.

Finalmente, é possível obter a resposta, no domínio da frequência, considerando a seguinte expressão:

$$\mathbf{U}(\omega) = \sum_{i=1}^N \Phi \cdot \mathbf{H}_{di}(\omega) \cdot \mathbf{P}_i(\omega) \quad (2.13)$$

De modo a ilustrar os conceitos acima apresentados, considere-se o sistema de dois graus de liberdade representado na Figura 2.3, onde a $m_1 = 1 \text{ Kg}$, $m_2 = 3 \text{ Kg}$; $K_1 = 4 \text{ N/m}$, $K_2 = 8 \text{ N/m}$ e uma força $P(t) = 3 \cos(2t)$.

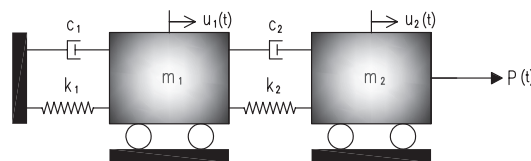


Figura 2.3: Sistema dinâmico com 2GDL

Na Figura 2.4, está representada a correspondente matriz que contém as amplitudes e fases da FRF, em função da frequência. Os valores foram obtidos com base em rotinas programadas em Matlab [24].

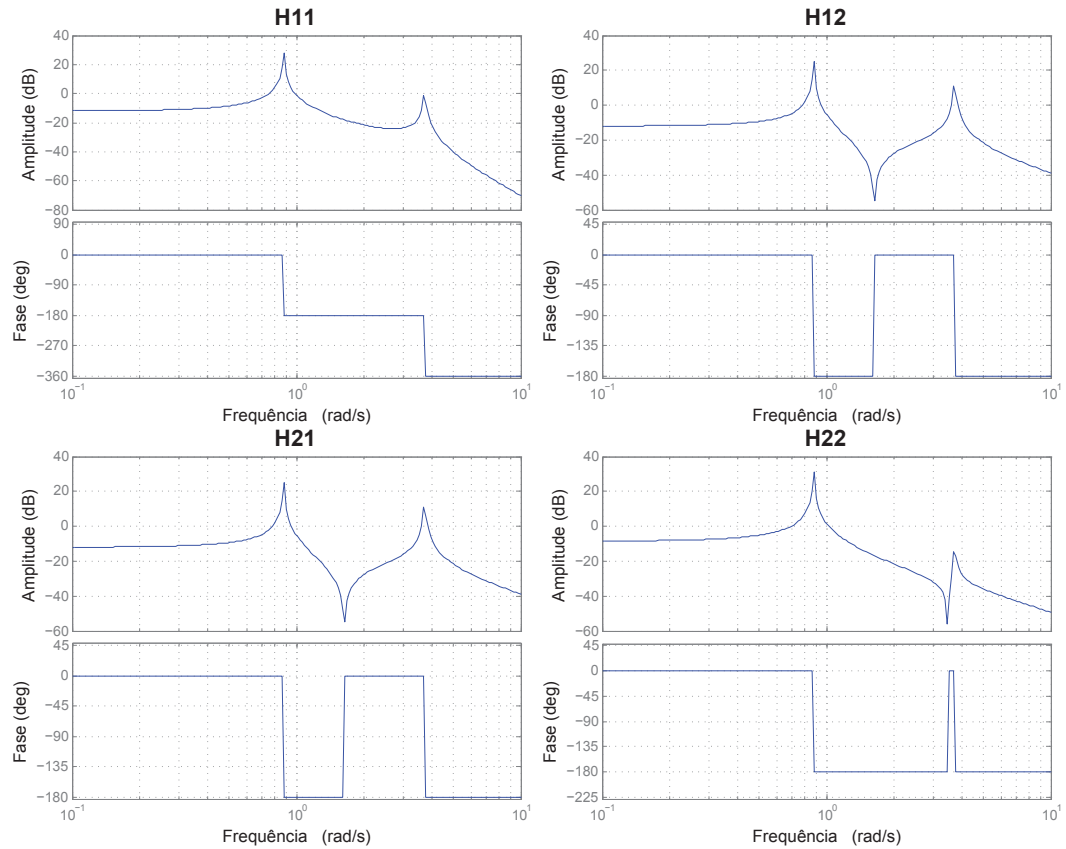


Figura 2.4: Matriz das amplitudes e fases das FRF.

Antes de serem proferidos quaisquer comentários em relação a matriz das FRF, $\mathbf{H}(\omega)$ importa lembrar que esta é composta por um conjunto de componentes $H(\omega)_{ij}$, as quais são funções de resposta em frequência do sistema, que relacionam a resposta no grau de liberdade i com a força generalizada aplicada no grau de liberdade j .

Analisando a Figura 2.4 verifica-se que:

- a matriz é quadrada, simétrica contendo na diagonal principal os termos principais da FRF e fora desta os termos cruzados;
- em qualquer um dos espectros de amplitude, surgem dois picos para as frequências naturais do sistema estrutural;
- sempre que existe um pico ou um vale aguçado (pico invertido), ocorre uma mudança de fase de 180°;
- nos vales não aguçados não se verifica nenhuma mudança de fase, mantendo-se o diagrama de fase constante até frequência natural seguinte.

A matriz da FRF é de extrema importância nos métodos de identificação modal estocástica, pois é com base nela que, no domínio da frequência, se utilizam as funções de densidade espectral de potência para se estimarem as características modais das estruturas.

2.3 Excitação estocástica

A terminologia excitação estocástica está associada a acções dinâmicas desconhecidas, cuja variação temporal é de carácter aleatório.

Este tipo de processo está especialmente vocacionado para a vertente experimental. Neste contexto, a caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutura é conseguida através da adopção de conceitos de estatística.

O recurso a fundamentos de estatística visa a definição analítica das funções de densidade espectral de potência da resposta das estruturas, elemento chave para abordagem deste tipo de processo, no domínio da frequência.

No entanto, a presente dissertação não tem por objectivo desenvolver algoritmos de identificação modal, tratando-se apenas de análise de comportamento dinâmico de uma ponte pedonal com recurso a métodos de identificação modal disponíveis no programa *ARTEMIS Extractor*.

Para a compreensão dos fundamentos que estão por de trás dos métodos de identificação modal são vivamente recomendados como referência de base [8, 17, 18, 55, 78].

2.4 Identificação modal estocástica no domínio da frequência

Os métodos de identificação dos parâmetros modais no domínio da frequência com base na resposta podem ser divididos em dois tipos: um primeiro, que é o método básico no domínio da frequência (BFD - *Basic Frequency Domain*), também conhecido como método de selecção de picos (PP - *Peak Pickig*); e um segundo, que é o método de decomposição no domínio da frequência (FDD - *Frequency Domain Decomposition*). Neste último inclui-se o método melhorado de decomposição no domínio da frequência (EFDD - *Enhanced Frequency Domain Decomposition*).

Embora a ideia fundamental do método BFD já tivesse sido formulada antes, a sistematização e implementação do mesmo só foi possível em 1993, o que permitiu a automatização através de programas de análise e visualização gráfica das configurações modais identificadas [35].

Mais tarde, em 1997, são apresentados conceitos básicos sobre o método FDD [3], conceitos que no início do presente milénio levaram a discussão de

metodologias de análise modal apenas com base na resposta estrutural. Neste contexto, em 2001 é proposta a extensão método FDD de onde resulta o método EFDD [9].

Para além de se poder aferir se o comportamento da estrutura está de acordo com o previsto em fase de projecto, os métodos de identificação modal permitem avaliar e eventualmente actualizar os modelos numéricos desenvolvidos em fase de projecto, assim como avaliar em fase posterior de utilização da estrutura o seu nível de degradação estrutural, após acções acidentais ou devido ao envelhecimento natural dos materiais.

2.4.1 Método básico no domínio da frequência

O método básico no domínio da frequência (BFD) é o método de identificação modal estocástica de que há maior experiência de utilização no domínio da avaliação das características modais de estruturas de engenharia civil.

Utilizado pela primeira vez em 1964, com o objectivo de avaliar as frequências naturais de vibração de um edifício de 19 pisos, a partir da análise dos auto - espectros de resposta de velocidade obtidos em ensaios de vibração ambiente, onde foi também possível estimar a configuração do primeiro modo de translação numa das direcções [28].

O método BFD sustenta-se na hipótese das acções ambientais serem assumidas como um processo estocástico gaussiano³ de ruído branco⁴ com média nula. Neste contexto as funções densidade espectral de resposta do sistema, apresentam uma concentração energética sob a forma de picos de amplitudes nas suas frequências naturais de vibração.

Esta hipótese está na base dos designados método de um grau de liberdade (1GDL). Portanto, admitindo a veracidade deste facto, é possível simular o comportamento dinâmico de uma estrutura na vizinhança das suas frequências de ressonância através de osciladores de 1GDL, em função das características dinâmicas do modo ressonante da estrutura, frequência própria (ω_n) e coeficiente de amortecimento (ζ).

De acordo com o referido acima, as frequências próprias (ω_n), encontram-se associadas aos a picos das funções de densidade espectral; por sua vez, os coeficientes de amortecimento (ζ), reflectem-se na largura, $\overline{\omega_1\omega_2}$, dos picos de ressonância das mesmas funções de densidade espectral, ver Figura 2.5. Já as configurações (Φ) dependem da relação entre as funções de densidade espectral, tendo por referência um determinado grau de liberdade.

³Um processo estocástico é denominado Gaussiano, quando a evolução temporal do conjunto das variáveis que o integram, possuem conjuntamente uma função de densidade de probabilidade Gaussiana.

⁴O ruído branco é um tipo de sinal de carácter aleatório e com um conteúdo energético significativo em todas as frequências.

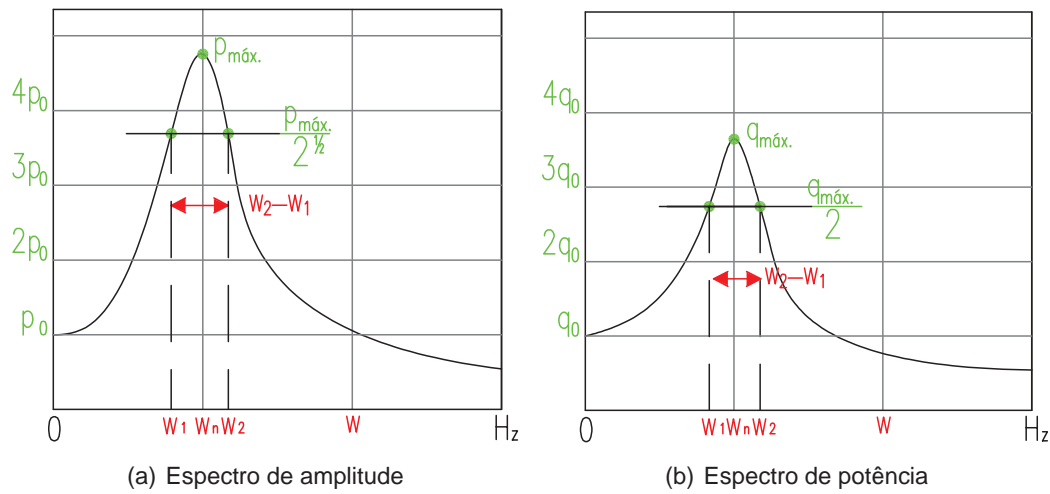


Figura 2.5: Função densidade espectral de resposta de um sistema estrutural

Na Figura 2.5 estão representados dois gráficos de função densidade espectral de amplitude e potência da resposta de um sistema estrutural, que se diferem pela forma como é determinada a largura $\overline{\omega_1\omega_2}$. Caso se trabalhe com espectro de amplitude a largura $\overline{\omega_1\omega_2}$ é obtida dividindo a ordenada espectral por raiz de dois enquanto que no caso de espectro de potência a largura $\overline{\omega_1\omega_2}$ é obtida dividindo a ordenada espectral por dois [21].

Assim, pode-se depreender que as características dinâmicas dos sistemas estruturas podem ser estimadas da análise das funções de densidade espectral da resposta estrutural. Indica-se em seguida, como é efectuada essa análise utilizando o método BFD.

Espectro normalizado médio

Para caracterizar adequadamente o comportamento dinâmico de uma estrutura, no procedimento experimental, é necessário instrumentar o maior número de graus de liberdade, pelo que nesses casos é necessário recorrer à utilização de muitos sensores. Nestas circunstâncias, é usual realizar o ensaio em várias fases, nas quais as medições da resposta da estrutura são efectuadas de uma forma sequencial, recorrendo a diferentes disposições de sensores. Este procedimento pode tornar-se extremamente trabalhoso, dependendo, obviamente, do número de graus de liberdade instrumentados. Assim, uma forma de sintetizar toda a informação recolhida é através dos espectros normalizados médios (ANPSD) [35]. O cálculo destes espectros é feito através dos auto-espectros de registo, com base no procedimento que se descreve em seguida:

- i) cálculo dos auto - espectros normalizados (NPSD) dos registos de resposta obtida em cada ensaio dos vários ensaios efectuados, através de:

$$NPSD_i(\omega_n) = \frac{\tilde{S}_{ii}(\omega_n)}{\sum_{n=1}^N \tilde{S}_{ii}(\omega_n)} \quad (2.14)$$

- ii) cálculo da média dos auto - espectros normalizados (ANPSD), correspondentes a todos os pontos instrumentados e a todos os ensaios efectuados. Para o primeiro passo do procedimento, processo de normalização traduzido na equação (2.14), tal corresponde a aplicar a expressão seguinte:

$$ANPSD_i(\omega_n) = \frac{1}{n_{GDL}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{GDL}} NPSD_i(\omega_n) \quad (2.15)$$

O facto de os espectros normalizados médios resultarem de uma média ponderada de diferentes espectros faz com que os ANPSD apresentem bem evidenciados os picos de ressonância que se verificam em todos os outros espectros. Os picos de ressonância que se verificam apenas num auto - espectro são suavizados. Desta forma, os ANPSD facilitam o trabalho de identificação das frequências próprias que devem corresponder aos modos globais do sistema estrutural.

Identificação das configurações modais

Para uma boa aplicação do processo de identificação de configurações modais obtidas à custa dos resultados experimentais, é importante ter em conta os seguintes aspectos [55, 78]:

- i) em sistemas com frequências bem separadas e com valores de coeficiente de amortecimento baixos, sujeitos a forças de excitação do tipo ruído branco, a resposta na frequência de um dos seus modos de vibração é claramente dominada por esse modo de vibração;
- ii) os modos de vibração obtidos por esta técnica afastam-se ligeiramente dos modos de vibração teóricos;
- iii) no caso de existirem modos de vibração com frequências próprias próximas, os modos de deformação são uma combinação dos modos de vibração respectivos.

Para avaliar as configurações modais, é comum considerar-se um ponto instrumentado como referência (*ref*) e, com base neste, obter-se uma relação de fase entre todos os pontos, para todas as frequências, dividindo todos os espectros cruzados pelo auto-espectro tomado como referência.

A fase indica se os GDL *j* e *ref* correspondem a deslocamentos no mesmo sentido, fase é 0 °, ou em sentidos opostos, 180° (encontra-se fora de fase).

Estimativas dos coeficientes de amortecimento

Para além da identificação das frequências próprias e das configurações modais de um sistema estrutural, a partir do método BFD é possível estimar os coeficientes de amortecimentos modais. O procedimento para estimativa destes

coeficientes é feito a partir de técnicas apropriadas a para análise do auto-espectro do sistema estrutural.

Para uma boa estimativa dos coeficientes de amortecimento de um sistema estrutural pelo método BFD, existe uma série de factores que devem ser obedecidos. Para além de ter que se garantir que a força de excitação tenha densidade espectral aproximadamente constante, é extremamente importante que os modos de vibração apresentem frequências bem separadas e com valores de coeficiente de amortecimento baixos [8]:

- na vizinhança da frequência de cada modo de vibração do sistema a identificar, as forças de excitação devem apresentar densidade espectral constante ou suficientemente uniforme, $S_u \approx \text{conste.}$, no intervalo $[\omega_i - 3B_i \leq \omega \leq \omega_i + 3B_i]$ em que B_i é a largura de meia potência do pico de ressonância que é correspondente ao modo de vibração com frequência ω_i ;
- os modos de vibração devem ter frequências bem separadas, $\omega_i - \omega_{i-1} > 2(B_i - B_{i-1})$;
- Os coeficientes de amortecimento devem ter valores baixos, $\zeta_i < 5,0\%$;
- a resolução em frequência deve ser bastante mais pequena do que a largura de meia potência dos picos de ressonância das estimativas das funções de densidade espectral, $\Delta\omega < 0,2B_i$.

Se as condições acima mencionadas forem satisfeitas então, para estimativa do coeficiente de amortecimento pelo método BFD, podem ser utilizados: o método da meia potência [21], método de ajuste dum espectro analítico correspondente à resposta em aceleração dum sistema de um grau de liberdade [78], e método do decremento logarítmico [19, 21].

Os primeiros dois métodos de estimativa de coeficiente de amortecimento são geralmente utilizados sempre que o sistema estrutural é sujeito à vibrações forçadas, enquanto o último é muitas vezes para sistemas estruturais em vibração livre.

2.4.2 Método de decomposição no domínio da frequência

O método de decomposição no domínio da frequência (FDD), apresentado e utilizado pela primeira vez no contexto de identificação modal estocástica em 1982 [61, 78], é tido como uma extensão do método BFD, uma vez que o seu funcionamento se sustenta nas funções de densidade espectral da resposta do sistema estrutural. A designação FDD só veio a ser utilizada a partir do ano 2001, quando os fundamentos do método são apresentados de forma mais clara e sistematizada [11].

O método FDD resolve as duas maiores limitações do método BFD, nomeadamente a incapacidade de identificar modos com frequências próximas e boas estimativas dos coeficientes de amortecimento modais.

Na versão base deste método, apenas é possível identificar as frequência naturais e avaliar as configurações modais do sistema estrutural. No entanto, foi desenvolvida uma versão melhorada [9], com a qual é possível estimar os coeficientes de amortecimento modal.

No método FDD é introduzida uma operação de diagonalização da matriz de função de densidade espectral de resposta, com o objectivo de decompô-la nas combinações modais que, em cada frequência, influenciam de forma significativa a resposta estrutural. Essa operação de diagonalização consiste na aplicação de algoritmos de decomposição em valores próprios ou em valores singulares.

Versão base do método FDD

Ao aplicar-se o algoritmo de decomposição em valores singulares à matriz de funções de densidade espectral no método FDD, está-se a decompor as funções de densidade espectral de um conjunto de sistemas de 1GDL, cada um correspondente a um modo de vibração do sistema.

Importa referir que, para se obter bons resultados com a implementação do método FDD, é importante que os requisitos que se seguem estejam obedecidos:

- a excitação é um ruído branco;
- o amortecimento da estrutura é baixo;
- os modos de vibração com frequências próximas são ortogonais.

Tal como já foi referido, o método FDD sustenta-se na já mencionada matriz de função de densidade espectral de potência da resposta estrutural, que uma vez estimada em qualquer frequência discreta, é então decomposta aplicando o algoritmo (SVD - *Singular Value Decomposition*).

Se os picos de ressonância identificados estiverem bem separados, então o primeiro valor singular contém, na vizinhança destes picos, os seguimentos relevantes dos osciladores de 1GDL, com o qual se avalia a resposta da estrutura, sendo todos os outros valores singulares pouco representativos no comportamento do sistema estrutural.

No caso de modos com frequências bastante próximas, a matriz SVD da função de densidade espectral apresenta, na vizinhança dessas frequências, tantos valores singulares com valores significativos, quanto os modos correspondentes, permitindo desta forma a sua identificação de forma imediata.

Versão melhorada do método FDD

A versão melhorada do método FDD é designada como EFDD - *Enhanced Frequency Domain Decomposition*, designação esta que é adoptada no programa *ARTEMIS Extractor* [86]. No ano 2000 foram feitas as primeiras referências deste

método [12], mas só uns anos mais tarde é que o método foi apresentado de uma forma mais clara e sistematizada [9].

Geralmente, este método é dividido em duas partes, em que a primeira corresponde ao método FDD [78]:

- i) a avaliação das funções de densidade espectral da resposta;
- ii) decomposição em valores singulares da matriz de funções de densidade espectral;
- iii) análise dos espectros de valores singulares para selecção dos picos de ressonância correspondentes aos modos de vibração;
- iv) avaliação das configurações modais segundo os graus de liberdade observados, através dos vectores singulares.

Uma vez terminada a primeira fase do método EFDD, segue-se-lhe uma segunda fase que contempla [61]:

- i) a introdução de um procedimento (utilizando o coeficiente MAC), que permite estimar as funções de densidade espectral associadas a cada modo de vibração, a partir dos espectros de valores singulares;
- ii) o ajuste da configuração modal do oscilador, através de uma média ponderada, que contabiliza o contributo de cada vector singular, afectado do correspondente valor singular;
- iii) a transformação, para o domínio do tempo, das funções de densidade espectral associadas a cada modo de vibração, aplicando-lhes a inversa da transformada discreta de Fourier, obtendo-se as funções de auto-correlação da resposta dos vários osciladores de 1 grau de liberdade;
- iv) a avaliação do coeficiente de amortecimento através do decremento logarítmico das funções de auto-correlação;
- v) o ajuste da estimativa da frequência do oscilador, através dos instantes de passagem por zero das funções de auto-correlação;

A estimativa das funções de densidade espectral para cada um dos modos de vibração é feita computacionalmente através do coeficiente MAC (*modal assurance criterion*), o qual mede a correlação entre duas configurações modais analíticas e/ou experimentais [1]:

$$MAC = \frac{|\Phi_i^T \cdot \Phi_j|^2}{(\Phi_i^T \Phi_i) \cdot (\Phi_j^T \Phi_j)} \quad (2.16)$$

onde Φ_i e Φ_j são dois vectores coluna que contêm as configurações modais a comparar.

O coeficiente $MAC \in [0, 1]$, em que valores próximos da unidade mostram que existe uma boa correlação entre os vectores; por contraposição, valores próximos de zero denunciam que a correlação é muito baixa.

A estimativa ajustada das frequências e coeficientes de amortecimento é conseguida a partir das funções de auto-correlação que, por sua vez, são obtidas com base na transformação das funções de densidade espectral dos sistemas de um grau de liberdade para o domínio do tempo, através do algoritmo da inversa da transformada discreta de Fourier (IFFT - *Inverse fast Fourier transform*).

2.4.3 Análise e processamento de sinal

No processo de estimativa do conteúdo espectral de um sinal são cometidos alguns erros, provenientes quer do processo de medição, quer da aplicação das técnicas de processamento de sinal. Assim, de seguida, são introduzidos alguns conceitos básicos no domínio do processamento digital e análise espectral de sinais.

No entanto, importa referir que o presente trabalho não tem por objectivo abordar de forma exaustiva aspectos do domínio do processamento digital e análise espectral de sinais, tratando-se apenas de analisar o comportamento dinâmico de passadiços. Neste domínio, como referência de base, são recomendados [8, 18].

Erros

Mesmo supondo-se representativas as grandezas físicas recolhidas através de ensaios experimentais de caracterização dinâmica, a estas grandezas, tal como já se deu a conhecer, podem estar associados três tipos:

- **erros de escorregamento ou efeito fuga (*leakage effect*)**, que estão associados ao carácter finito das séries temporais e têm como consequência a distribuição da energia associada a uma determinada frequência por uma banda de frequências em torno desta;
- **erros de carácter estatístico**, os quais se podem subdividir em **erros de viés (*bias errors*)** e **erros de variância (*random errors*)**. Os erros de viés são uma consequência do desvio sistemático das quantidades estimadas face às quantidades reais, enquanto os erros de variância se traduzem por desvios aleatórios relativamente à média estimada dessas quantidades;
- **erros por sobreposição ou dobragem (*aliasing errors*)** que surgem pelo facto de uma componente com uma frequência superior à frequência de *Nyquist* (f_{Nyq}) surgir, incorrectamente, na série discreta como tendo uma frequência mais baixa.

A estimativa das funções de densidade espectral da resposta, a partir das transformadas discretas de Fourier dos registos totais, resulta numa elevada

variância, pelo facto do seu cálculo se basear apenas numa série temporal discretizada num único seguimento temporal, T . Para reduzir essa variância, os registos de resposta são divididos em séries de seguimentos temporais mais curtos, T_d , (Figura 2.6) e efectuando-se posteriormente a média das estimativas simples dos seguimentos, obtendo-se assim uma estimativa alisada (*smoothed*) da função de densidade espectral [18].

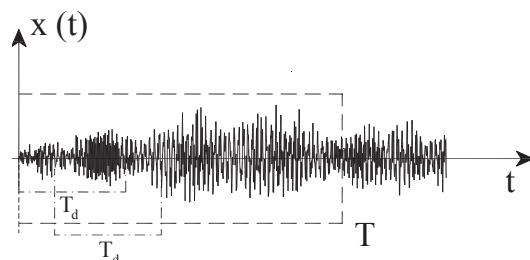


Figura 2.6: Representação de uma amostra de comprimento T , com dois segmentos de comprimento T_d , adaptado de [61].

No entanto, a adopção de segmentos tem como consequência um agravamento dos erros por escorregamento (*leakage*), isto é, quanto mais curtos são os segmentos maior é o efeito deste tipo de erros. Uma forma usualmente utilizada para conseguir um bom número de segmentos com um comprimento razoável, baseia-se na adopção de alguma sobreposição (*overlapping*) entre eles.

Os erros de escorregamento devido ao tempo de observação limitado, podem ser minorados pela aplicação de técnicas específicas, de que se destacam as chamadas janela de processamento de sinal ou janela de dados. No caso de séries temporais provenientes de ensaios de vibração ambiental, é comum aplicar a janela de Hanning [18].

No caso da janela de Hanning, uma sobreposição de $2/3$ é a que melhor optimiza o aproveitamento da informação contida nas séries temporais; no entanto, é também muito comum utilizar-se uma sobreposição de $1/2$ [61, 78].

As janelas de dados caracterizam-se reduzir significativamente a amplitude nas extremidades das amostras e portanto, ao sobrepor as amostras procura-se aproveitar bem toda a informação contida nos registos.

Ao se aplicar as janelas de Hanning obtém-se espectros de amplitude nos quais os picos ficam ligeiramente mais “aguçado” ou salientes e os vales entre picos mais profundos, melhorando desta forma o conteúdo em frequência dos resultados obtidos [18, 61].

Os erros por sobreposição são normalmente eliminados à custa de filtros analógicos, designados por filtros “anti-aliasing”, entre a saída dos transdutores e a entrada do sistema de conversão analógico-digital, que elimina o contributo de todas as frequências acima da frequência de *Nyquist*. Em alternativa, pode-se

aumentar a frequência de amostragem; no entanto, esta é uma técnica sem garantia absoluta de sucesso, dado que o verdadeiro conteúdo espectral do sinal é desconhecido à partida.

Para que a representação discreta dum sinal contínuo seja correcta em termos de frequência, é necessário ter em conta o teorema de amostragem de *Shannon* (por vezes designado por teorema de *Nyquist*), segundo o qual, a frequência de amostragem (f_s) deve ser pelo menos igual ao dobro da máxima frequência máxima ($f_{máx}$) das componentes do sinal:

$$f_s = 1/\Delta t = 2 \cdot f_{Nyq} \geq 2f_{máx} \quad (2.17)$$

O teorema de *Shannon* está portanto relacionado com a máxima frequência que é possível descrever correctamente numa série discreta por amostragem. O valor dessa máxima frequência é designado por frequência de *Nyquist*. Se a condição expressa no teorema de *Shannon* não for respeitada, ocorre o erro de *aliasing* que se traduz no facto de uma componente com uma frequência superior a f_{Nyq} surgir, incorrectamente, na série discreta como tendo uma frequência mais baixa.

Na Figura 2.7, estão representadas duas situações onde se mostra um sinal contínuo, a vermelho; e a azul, um sinal discreto correctamente amostrado, Figura 2.7 (a), e um sinal incorrectamente amostrado, Figura 2.7 (b).

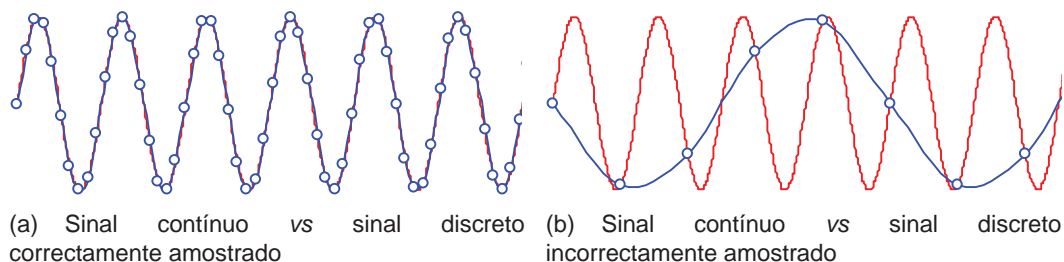


Figura 2.7: Efeito de sobreposição dum sinal devido a amostragem com frequência baixa, adaptado de [18].

Esta forma eficiente de estimar as funções densidade espectral utilizando séries temporais divididas em seguimentos, aplicação de janela de processamento de sinal a cada seguimento, cálculo da FFT de cada seguimento e posteriormente a realização de médias, foi introduzida por Welch [90], sendo por isso utilizada a designação de *periodograma de Welch* [78].

Filtros

Define-se filtro como sendo um sistema capaz de modificar um sinal através da extracção de determinados componentes sem interesse, deixando apenas a banda de frequências de interesse para análise.

A filtragem de um sinal pode ser por via analógica ou digital, correspondendo a primeira via a uma implementação física, efectuada através de um conjunto de

circuitos electrónicos, e a segunda a uma implementação numérica por meio da qual um conjunto de operações aritméticas de precisão finita é efectuado sobre o sinal amostrado.

Os filtros podem ser classificados de acordo com os seguintes tipos:

- **passa-baixo** é um filtro que, em termos ideais, elimina toda a banda de frequências acima de uma determinada frequência de corte, deixando passar todas as frequências abaixo da frequência de corte;
- **passa-alto** é um filtro que tem uma função inversa em relação ao anterior, ou seja, elimina toda a gama de frequências abaixo da frequência de corte, deixando passar todas as frequências acima da frequência de corte;
- **passa-banda** resulta da associação em série dos outros dois tipos, pelo que a sua utilização tem como objectivo eliminar a banda de frequências fora de um dado intervalo $[\omega_1, \omega_2]$, deixando passar todas as frequências contidas dentro do intervalo;
- **elimina-banda** advém da associação em paralelo de um filtro ideal passa-baixo e de um filtro ideal passa-alto; em contraposição com o anterior, elimina a banda de frequências dentro de um dado intervalo $[\omega_1, \omega_2]$;

Os filtros que acabam de ser definidos apresentam as condições ideais para “desmacarar” os erros associados aos processos de medição e/ou perturbações induzidas por fontes exteriores.

Na prática, a eliminação dos erros e/ou perturbações existentes no sinal medido é conseguida por filtros que, nas condições específicas em que vão ser utilizados, constituem aproximações satisfatórias dos filtros com características ideais.

Decimação

Muitas vezes, para efeito de análise, é interessante reduzir o tamanho das séries temporais, redução essa que é conseguida por uma operação que se designa por decimação, cuja necessidade, no caso de análise de estruturas em engenharia tem essencialmente a ver com a economia de espaço em memória e de tempo de cálculo.

Esta operação consiste em escolher um conjunto de dados, considerando uma frequência de amostragem inferior, e eliminar os restantes. Assim, a série de dados inicialmente espaçada Δt , dá origem a uma nova frequência de *Nyquist* que corresponde ao novo intervalo de tempo, $\delta \Delta t$.

Por exemplo, no caso de estruturas com frequências fundamentais inferiores a 30 Hz onde se usem frequências de amostragem de 150 Hz, pode aplicar-se uma decimação de segunda ordem, passando a frequência de amostragem para 75 Hz, que permite a identificação de frequências $0,8 \times 75/2 = 30 \text{ Hz}$, o que segundo o

teorema de Nyquist corresponde a 1/2 de 80% da frequência de amostragem com decimação de segunda ordem.

Quando se aplica a decimação a séries temporais, é importante ter em conta dois factores: o primeiro em relação ao conteúdo de frequências acima do valor da nova frequência de *Nyquist* que será dobrado (*folded* or *aliased*) para o novo intervalo $[0, f_{Nyq}]$; e o segundo tem que ver com a necessidade de filtrar as séries temporais, de modo a evitar erros de sobreposição. Desta forma consegue-se eliminar conteúdo de frequências de *Nyquist* ($1/2 \delta\Delta t$), utilizando um filtro digital passa-baixo.

Zoom

Com a operação decimação foi possível ver como diminuir o espaço de armazenamento do sinal observado, melhorando a resolução para frequências baixas. Quando se pretende aumentar muito a resolução do espectro numa banda estreita, na vizinhança de uma dada frequência qualquer, é normalmente utilizada a técnica de “zoom”.

Esta técnica de processamento pode basear-se em métodos através dos quais são introduzidas modificações ao sinal observado, designadas como técnicas destrutivas, ou então através de técnicas baseadas no aumento do tamanho da amostra, quer por aumento de tempo observado da série, quer por adição de zeros, designadas técnicas não destrutivas.

As técnicas destrutivas induzem modificações no sinal observado, modificações que podem levar a que parte restante do sinal esteja contaminada por erros de sobreposição, sendo esta a razão pela qual são designadas como sendo destrutivas.

Sendo esta técnica destrutiva aconselha-se que o sinal a ser analisado seja armazenado antes e depois da análise numa respectiva banda de frequência. A grande vantagem desta técnica está, obviamente, no facto de não ser necessário aumentar o tamanho da série.

Nas técnicas não-destrutivas o aumento do tamanho da amostra, quer por aumento do tempo de observação da série, quer por adição de zeros tem por consequência um aumento da resolução em frequência, com a vantagem de ocorrer em todo o intervalo de frequências analisado.

No entanto, atendendo às limitações de espaço de armazenamento e à lentidão resultante do processamento de séries demasiado longas, é importante ter algum cuidado com o número de amostras a utilizar nos analisadores espectrais.

2.5 Considerações finais

Neste capítulo, apresentaram-se alguns dos fundamentos da análise dinâmica de modelos estruturais usualmente utilizadas quando se está perante excitações determinísticas e perante excitações definidas estocasticamente.

Apresentaram-se os fundamentos de dois métodos que permitem efectuar a avaliação experimental do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil, no domínio da frequência: o método básico no domínio da frequência (BFD - *Basic Frequency Domain*) e o método de decomposição no domínio da frequência (FDD - *Frequency Domain Decomposition*), na sua versão base (FDD) assim como na sua versão melhorada (EFDD - *Enhanced Frequency Domain Decomposition*). Ambos os métodos baseiam-se na estimativa das funções de densidade espectral de potência da resposta, obtidas com base na aplicação da Transformada rápida de Fourier (FFT - *Fast Fourier Transform*).

O método BFD utiliza directamente o algoritmo da FFT, avaliando-se a relação entre os sinais da resposta no domínio da frequência; enquanto no método FDD introduz-se o algoritmo da decomposição em valores singulares (SVD - *Singular Value Decomposition*) nos quais se encontram realçadas as contribuições modais mais importantes em cada frequência, da resposta.

A versão melhorada do método EFDD aplica o algoritmo transformada inversa de Fourier (IFFT - *Inverse Fast Fourier Transform*) à função de densidade espectral, obtida a partir dos valores singulares, para obter as funções de auto correlação de onde é possível estimar os coeficientes de amortecimento modais, os valores ajustados para as frequências e também as configurações modais ajustadas.

Por fim, foram introduzidos alguns conceitos básicos relativos à análise e processamento de séries temporais de dados, aconselhando-se sempre referência de base neste domínio, visto que o mesmo está fora dos principais objectivos deste trabalho.

Capítulo 3

Caso de Estudo: Ponte pedonal - PP3141

3.1 Introdução

No presente capítulo é feita a caracterização dinâmica de uma ponte pedonal localizada na região do Algarve.

A caracterização dinâmica da ponte pedonal passa, essencialmente, pela execução de um conjunto de ensaios *in situ* acompanhados da elaboração de um modelo de elementos finitos que, em função dos resultados experimentais, permitiu caracterizar o estado actual da estrutura e poderá servir de referência para o seu acompanhamento futuro, seja para verificar a evolução desse estado, seja para avaliar os efeitos de eventuais obras de reforço/reparação, assim como possibilitar a calibração de modelos de elementos finitos a utilizar na análise.

Assim, o presente capítulo descreve os ensaios efectuados e apresenta os valores medidos, bem como as características dinâmicas identificadas através da sua análise, as quais são comparadas com as calculadas com modelos de elementos finitos da estrutura.

3.2 Caracterização do local

A ponte pedonal estudada está localizada na Estrada Nacional 125 - 10 (EN 125 - 10), concretamente na freguesia de Montenegro, distrito de Faro, região do Algarve. A EN 125 - 10 liga o aeroporto internacional de Faro ao Itinerário Complementar 4 (IC4), antiga Estrada Nacional 125 (EN 125), que por sua vez faz a ligação com aquela que é a principal e mais importante via de comunicação da região do Algarve, a Via do Infante (A22). A Figura 3.1 ilustra a descrição acima feita.

A região onde se encontra localizada a PP3141 caracteriza-se por apresentar um elevado nível de tráfego e ser de uma densidade populacional flutuante com



Figura 3.1: Enquadramento geral do passadiço estudado

grandes alterações no período estival graças à afluência turística nacional e internacional.

No troço da EN 125 - 10, para além da PP3141, existem outros três passadiços (PP3149, PP3152 e PP3164), como se pode ver na Figura 3.1. Estes distam entre si menos de um quilómetro e distinguem uns dos outros apenas na sua geometria, apresentando todos a mesma solução construtiva.

O interesse em conhecer de forma minuciosa o comportamento dinâmico de qualquer um dos passadiços instalados nesta via de comunicação é extremamente importante, pois, num cenário de catástrofe, estes podem condicionar o funcionamento da via, tanto a nível de acesso ao Aeroporto Internacional de Faro, como ao Hospital Distrital de Faro, ao Hospital de Santa Maria de Faro, à Universidade do Algarve, às estações rodoviária e ferroviária de Faro, que são algumas das infra-estruturas vitais no funcionamento de uma sociedade desenvolvida e moderna.

Um exemplo de obstrução de uma via devido ao colapso de uma ponte pedonal é o de uma ponte pedonal sobre o IC19 a 7 de Setembro de 2003, que veio a colapsar poucas horas depois de ter sido sujeita a obras de reparação e de elevação do tabuleiro. Apesar do colapso da ponte sobre o IC19 não ter sido numa situação de emergência, paralisou o trânsito durante sete horas e fez três feridos graves [76].

3.3 Breve descrição da ponte pedonal

Trata-se de uma ponte construída em elementos pré-fabricados, excepto as fundações que foram construídas pelo método tradicional *in situ*. Genéricamente é possível dividir a estrutura em duas partes autónomas: uma primeira que permite vencer o vão definido pelo perfil transversal da estrada, tabuleiro, e uma segunda

com função de acesso à primeira, rampas. Na Figura 3.2 está representado o alçado principal da PP3141.

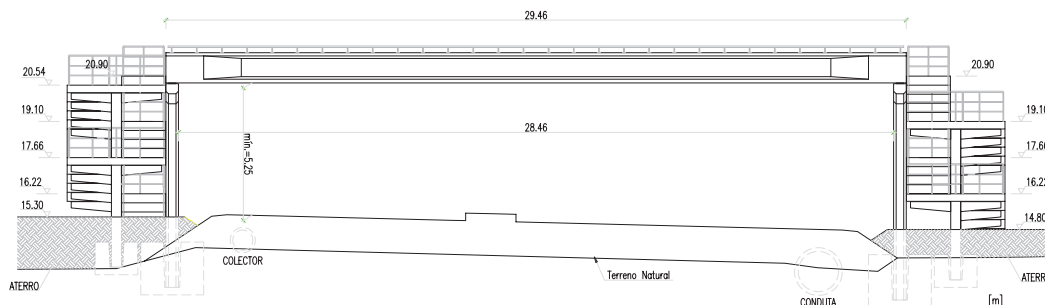
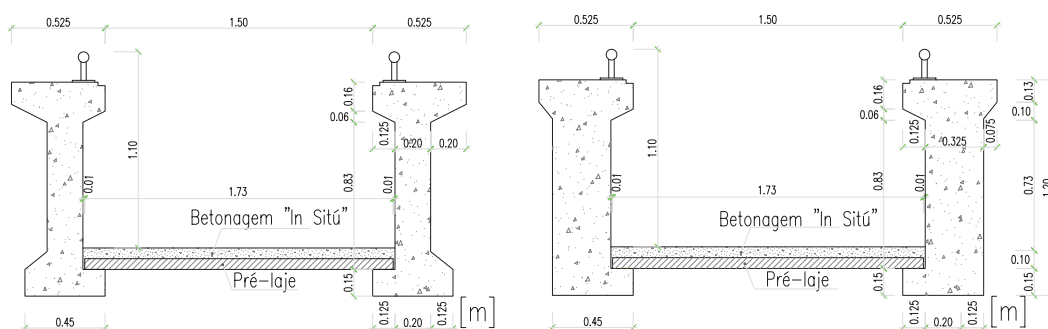


Figura 3.2: Alçado principal da ponte pedonal 3141 [62]

3.3.1 Tabuleiro

A configuração da secção transversal do tabuleiro resume-se a duas vigas principais de secção variável, pré-fabricadas e com pré-tensão, Figura 3.3.



(a) Corte transversal do tabuleiro a meio vão

(b) Corte transversal do tabuleiro junto ao apoio

Figura 3.3: Corte transversal do tabuleiro [62]

A ligação das vigas principais do tabuleiro aos pilares é normalmente efectuada por dois varões $\phi 16$ que atravessam lâminas de neoprene colocadas entre os elementos.

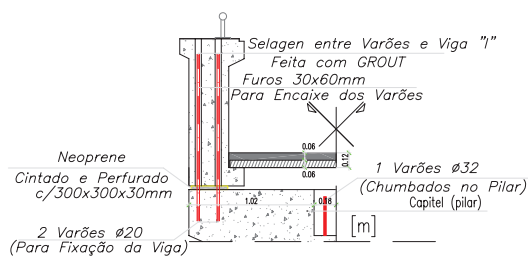


Figura 3.4: Pormenor de ligação da viga em "I" ao pilar [62]

Segundo as peças de projecto originais consultadas, foram deixados varões chumbados nos pilares, para numa fase posterior se proceder à selagem das vigas (Figura 3.4). É deste modo que se consegue transmitir as forças horizontais induzidas ao tabuleiro.

As vigas são paralelas entre si com uma lajeta inferior de espessura 0,06 m que serve de passadiço. A concepção da lajeta é conseguida pela colocação de uma pré-laje com uma espessura de 0,06 m apoiada nos banzos inferiores das vigas em "I", sobre as quais se colocou enchimento para solidarização do conjunto.

A solução aplicada para garantir a selagem da pré-laje às vigas pré-fabricadas está ilustrada na Figura 3.5, sendo que a solidarização do conjunto é garantida pela betonagem complementar efectuada *in situ*.

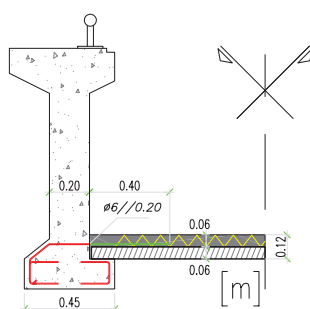


Figura 3.5: Pormenor de selagem da pré-laje às vigas pré-fabricadas [62]

A pré-laje é composta por quinze painéis, dos quais catorze têm, em planta, uma secção de 2,2x1,73 m² e um com 1,39x1,73 m².

A ligação entre a rampa e a viga (Figura 3.6) é geralmente conseguida por intermédio de três varões $\phi 16$ de comprimento 0,53 m, previamente chumbados à viga. Na superfície de contacto entre os elementos foram colocadas lâminas de neoprene com dimensões de 1200x250x10 mm, cintados e aparafusados.

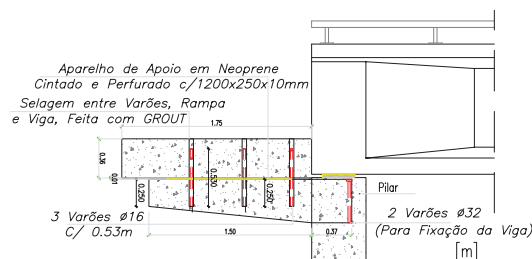


Figura 3.6: Pormenor de fixação entre a rampa e a viga alçado (lateral) [62]

3.3.2 Rampas

O acesso ao tabuleiro da ponte estudada é feito por rampas constituídas por painéis pré-fabricados apoiados, cuja geometria incorpora não só uma zona com

inclinação (rampa), mas também os respectivos patamares, onde se realiza o apoio dos painéis. A configuração das rampas é mostrada na Figura 3.7.

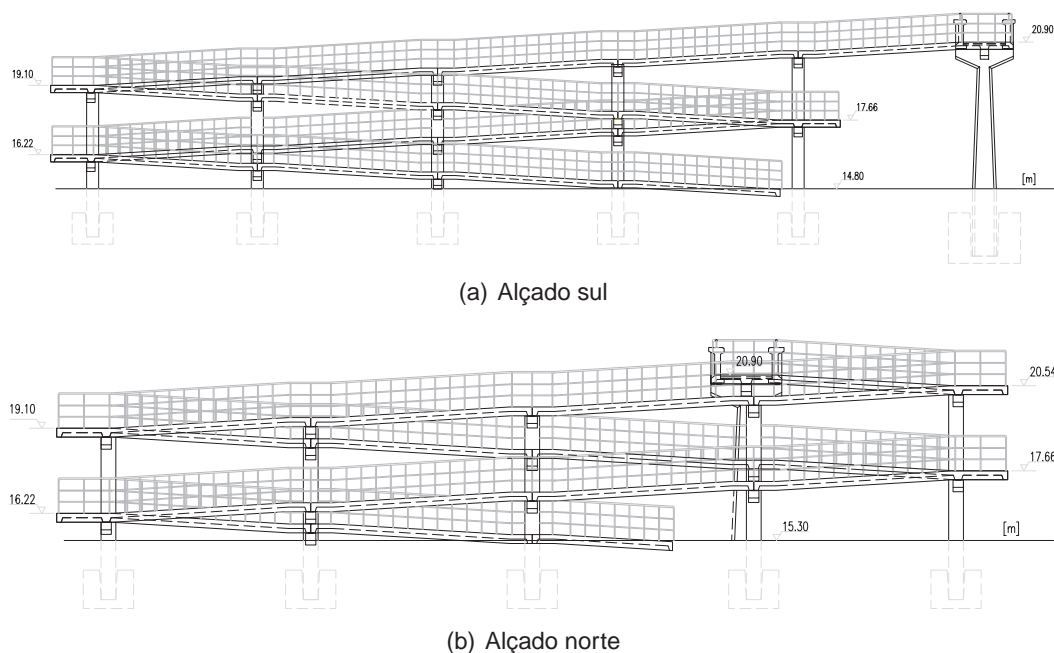


Figura 3.7: Alçados sul e norte das rampas de acesso ao passadiço [62]

As rampas possuem uma inclinação de cerca de 6,67 % e um comprimento de 6,0 m, enquanto os patamares apresentam comprimento entre 1,80 a 2,50 m.

A Figura 3.8 pretende mostrar um pormenor da rampa com patamar tipo, em planta 3.8 (a) e alçado 3.8 (b). No pormenor em planta é possível ver a solução adoptada para a ligação entre rampas, bem como a ligação entre rampas e vigas.

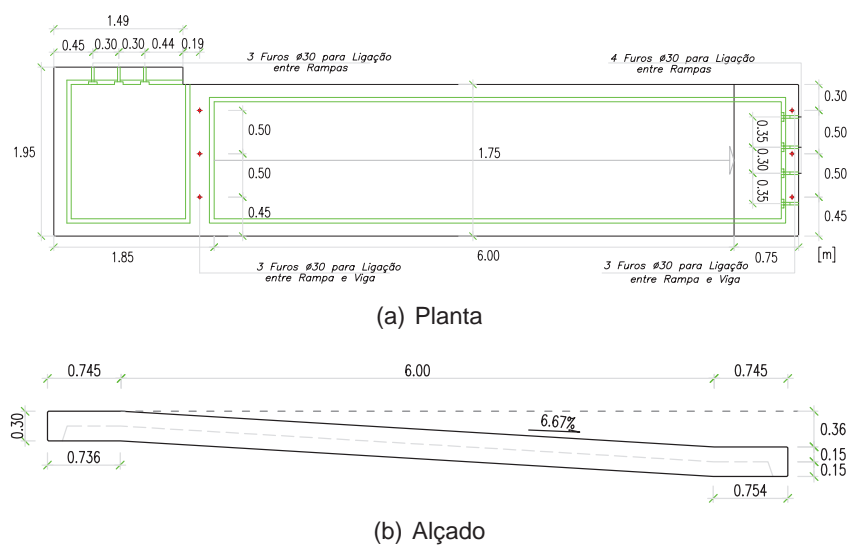


Figura 3.8: Pormenor da rampa com patamar tipo em planta e em alçado [62]

A secção transversal das rampas de acesso ao tabuleiro é constituída por painéis de laje nervurados, como se pode ver na 3.9.

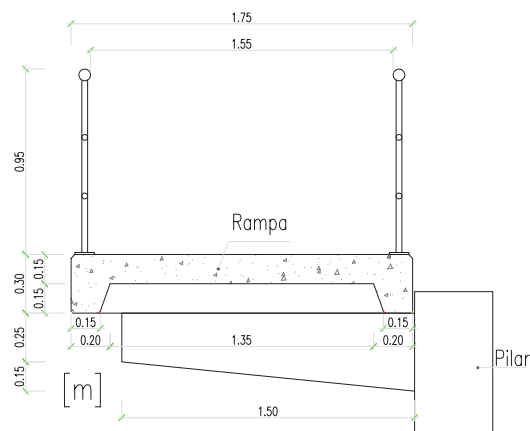


Figura 3.9: Secção transversal das rampas de acesso ao tabuleiro [62]

A solução construtiva adoptada para a selagem entre a viga e a rampa, bem como entre as rampas está, representada na Figura 3.10.

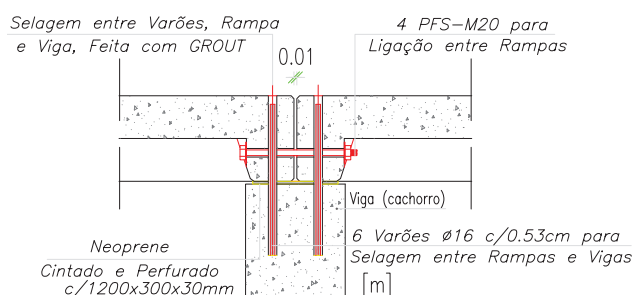


Figura 3.10: Pormenor de selagem entre a viga e as rampas [62]

A ligação entre as rampas é feita por um conjunto de quatro parafusos M20 (4 PRF M20). Na interface da zona do apoio pilar rampa existem lâminas de neoprene, de dimensões 1200x300x10 mm, cintadas e aparafusadas por seis varões $\phi 16$ com 0,53 mm de comprimento, previamente chumbados à viga.

3.3.3 Pilares

A ponte pedonal em estudo é composta por dois tipos de pilares de suporte, ambos pré-fabricados. Os primeiros, designados por pilares do tabuleiro, são o que permite apoiar o tabuleiro e os segundos, designados por pilares das rampas, servem de apoio aos painéis, por intermédio de vigas de apoio à rampa (também designados por cachorros). No total, a ponte apresenta doze pilares, dos quais apenas dois são pilares de tabuleiro.

Os pilares do tabuleiro dispõem de cachorros laterais que servem de suporte das rampas de acesso ao passadiço. Estes cachorros são pré-fabricados e foram

colocados em segunda fase, sendo selados a armaduras chumbadas previamente no pilar. Os alçados frontal e lateral dos pilares do tabuleiro estão representados na Figura 3.11.

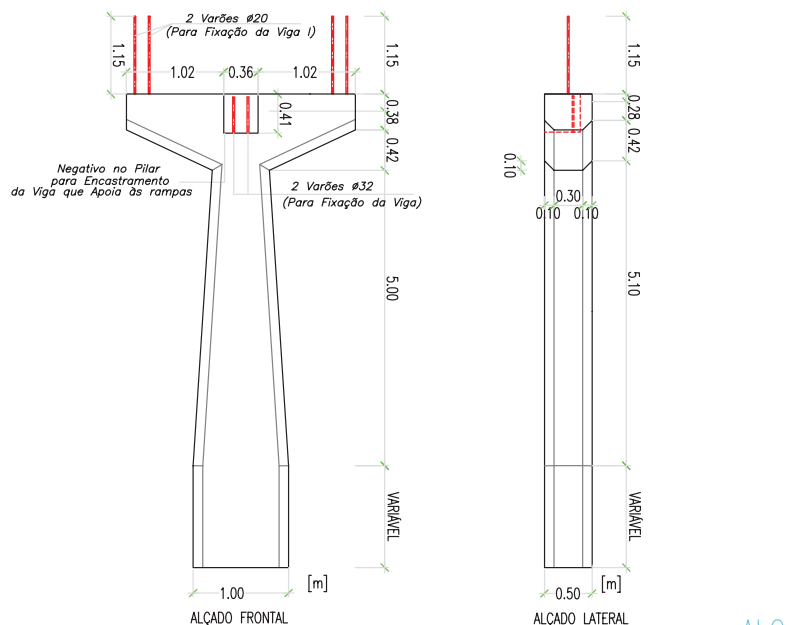


Figura 3.11: Alçado do pilar de tabuleiro [62]

Ainda na Figura 3.11, pode constatar-se que os pilares do tabuleiro são de secção variável com capitel superior, onde se apoiam as vigas do tabuleiro.

Os pilares das rampas são essencialmente constituídos por um fuste central e vários cachorros pré-fabricados dispostos lateralmente. Desta forma, consegue-se colocar vários níveis de acesso numa mesma área em planta, Figura 3.12.

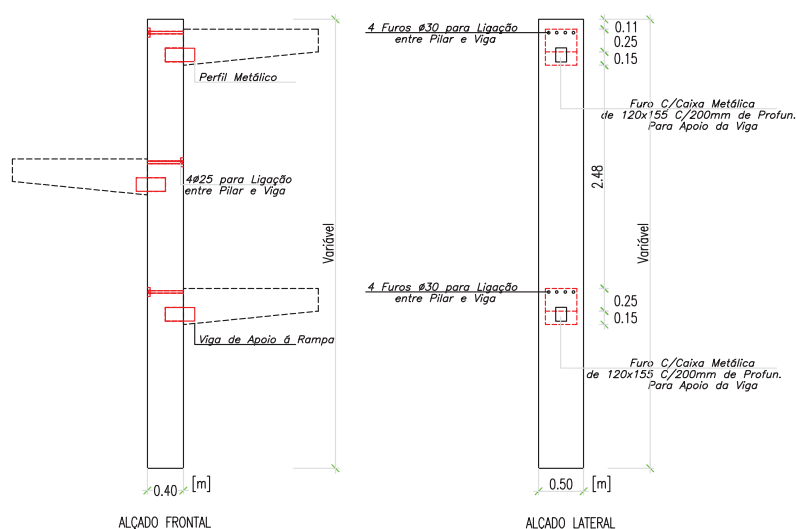


Figura 3.12: Alçado do pilar das rampas sem continuidade das vigas [62]

A configuração mostrada na Figura 3.12 diz respeito aos casos em que os patamares dos painéis de rampa não se encontram à mesma cota, situações típicas de pilares localizados ao longo dos painéis de rampa. Existe, no entanto, uma outra configuração típica dos pilares das extremidades, que difere da primeira por terem os patamares à mesma cota e, portanto, apresentam continuidade entre as vigas de apoio à rampa, tal como se representa na Figura 3.13.

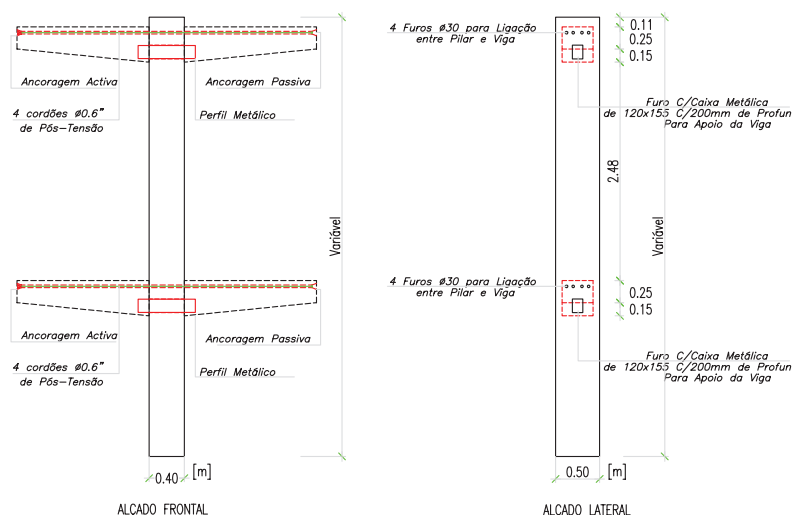


Figura 3.13: Alçado dos pilares das rampas com continuidade das vigas [62]

Importa referir que, à semelhança dos pilares do tabuleiro, os cachorros laterais são peças pré-fabricadas independentemente dos pilares, que foram colocados em segunda fase e solidarizados por intermédio de varões de aço chumbados previamente ao pilar

Quer a secção dos pilares do tabuleiro quer a secção dos pilares das rampas são rectangulares. Na Figuras 3.14 estão representadas secções tipo de ambos os pilares.

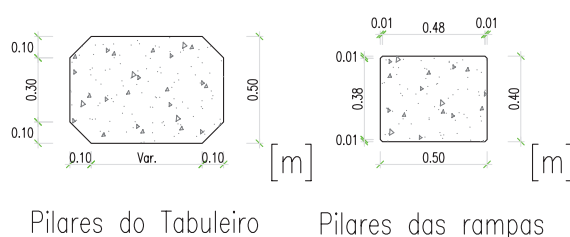


Figura 3.14: Secção dos pilares [62]

3.3.4 Sapatas

A ligação dos pilares às fundações foi feita *in situ*, os pilares encastram em sapatas com cofragem dimensionada para esse fim. As sapatas são superficiais

e, durante a sua betonagem, foram colocados negativos que permitem a selagem do pilar numa fase posterior. Para uma melhor percepção da solução adoptada, na apresentam-se Figura 3.15, as duas fases de ligação dos elementos, onde se pode constatar que na segunda fase o pilar possui, na zona de selagem, um conjunto de reentrâncias para aumentar o atrito entre os elementos.

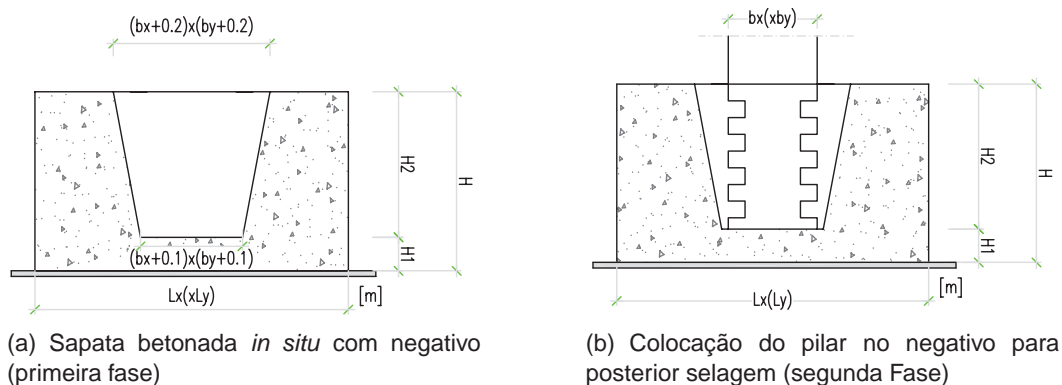


Figura 3.15: Ligação do pilar à sapata [62]

Na 3.15, a nomenclatura L_x e L_y , bem como b_x e b_y dizem respeito, respectivamente, às dimensões, em planta, da sapata e do pilar, enquanto H refere-se à altura da sapata. A PP3141 apresenta três tipos de sapatas, cujas dimensões são apresentadas nas Tabela 3.1

Tabela 3.1: Geometria das sapatas [62]

Sapata	L_x (m)	L_y (m)	H_1 (m)	H_2 (m)	H (m)
S1	2,8	2,8	0,3	1,8	2,1
S2	2,2	1,8	0,3	1,0	1,3
S3	2,0	1,6	0,3	1,0	1,3

A sapata S1 corresponde aos pilares de apoio ao tabuleiro e as sapatas S2 e S3 correspondem às sapatas das rampas.

3.3.5 Materiais

Os materiais empregues variam de acordo com os elementos da PP3141, sendo que nos elementos pré-esforçados se utilizou o betão de classe C35/45 e aço do tipo A500 (NR em varão e EL em malhasol). Para o aço de pré-esforço, considerou-se uma resistência mínima de 1860 MPa.

Os materiais empregues nas fundações são o betão de classe C20/25 e o aço do tipo A500 NR.

Nos restantes elementos pré-fabricados em betão armado, utilizou-se C25/30 e aço do tipo A500 (NR em varão e EL em malhasol). Para o aparafusamento dos elementos utilizou-se aço do tipo A500 NR.

3.4 Modelo analítico da estrutura

Foi desenvolvido um modelo de elementos finitos da PP3141, que serviu de auxílio para o planeamento e interpretação dos resultados dos ensaios de caracterização dinâmicos efectuados *in situ*.

As características dinâmicas identificadas experimentalmente permitiram conhecer o actual estado da estrutura, com base no qual foi possível estudar o comportamento estrutural da ponte quando sujeita a acções sísmicas regulamentares.

O modelo numérico foi realizado com recurso ao programa de cálculo automático *SAP2000* [23]. A estrutura foi modelada com base nas peças de projecto fornecidas pelas Estradas de Portugal, onde os materiais foram definidos de acordo com as características definidas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Características dos materiais [62]

Material	Módulo de elasticidade E (GPa)	Peso volúmico γ (kN/m ³)
C25/30	30,5	25
C35/45	33,5	25

O tabuleiro foi modelado como elemento do tipo *Shell* e todos os restantes elementos da estrutura foram modelados como elementos do tipo *Frame*.

De acordo com a informação fornecida pela empresa Estradas de Portugal, sabe-se que, pelo facto de se tratar de uma estrutura leve quando comparadas com outras estruturas rodoviárias, na fase de projecto não foi efectuado nenhum estudo geológico-geotécnico para a caracterização das fundações, pelo que, na modelação, os pilares foram considerados encastrados a nível da coroa superior das sapatas.

A pré-laje e a lajeta que compõem o tabuleiro foram modeladas através de uma secção equivalente. Visto que o betão da lajeta é de características diferentes da viga e da pré-laje, foi realizada uma homogeneização da secção, passando a lajeta de um betão de classe C25/30 para C35/45.

Todos os elementos resistentes da estrutura foram modelados com recurso ao comando *Section Designer*. Este comando tem a vantagem de permitir desenhar secções de geometria complexa, muitas vezes não pré definidas no próprio programa. Esta opção permite, ainda, considerar a armadura longitudinal nas secções que constituem a estrutura, permitindo desta forma contabilizar directamente a rigidez à flexão destes elementos.

As acções a actuar na estrutura são o peso próprio, que é automaticamente contabilizado pelo programa, aquando da definição das secções transversais

e das características mecânicas dos materiais. Para a acção das guardas de segurança, foi definida uma carga distribuída linearmente nas vigas em “I” e nas rampas de 1 KN/m [48].

3.4.1 Ligações estruturais

As ligações são, na maior parte das situações, materializadas por ferrolhos metálicos que funcionam em conjunto com lâminas de neoprene colocadas entre os elementos que se pretendem ligar. Estas ligações foram modeladas com recurso a elementos do tipo *Link*, sendo, portanto, calculada a contribuição da rigidez de translação e de rotação que cada um dos elementos confere à ligação.

Considerou-se, simplificada, que as ligações entre a viga e a lajeta (Figura 3.5), assim como dos cachorros e dos pilares (Figura 3.6), são monolíticas.

Matriz de rigidez dos elementos na zona de ligação estrutural

Na Figura 3.16 está representado um esquema ilustrativo de uma lâmina de neoprene em três dimensões, onde L, T e V correspondem os graus de liberdade Longitudinal, Transversal e Vertical, respectivamente.

A rigidez vertical, horizontal e de rotação são calculadas, respectivamente, de acordo com as igualdades matemáticas (3.1), (3.5) e (3.6), que se seguem [39].

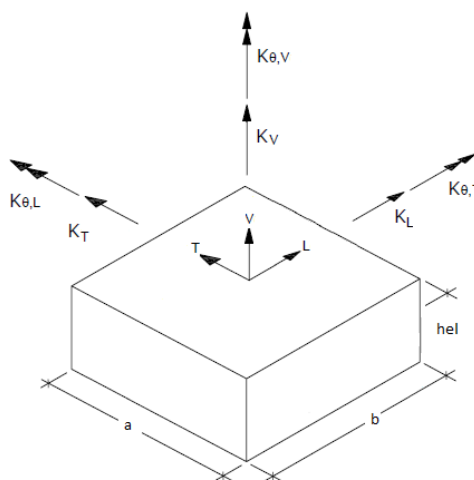


Figura 3.16: Esquema ilustrativo da rigidez de cada grau de liberdade

- Rigidez vertical

$$K_v = \frac{K_v(\gamma)K_v(v)}{K_v(\gamma) + K_v(v)} \quad (3.1)$$

em que $K_v(\gamma)$ e $K_v(v)$ são as deformações resultantes da distorção e da variação de volume das lâminas de neoprene e são calculadas pelas expressões 3.2 e 3.3, respectivamente.

$$K_v(\gamma) = \beta_2 \frac{GS^2A}{h_{el}} \quad (3.2)$$

$$K_v(v) = \frac{E_b A}{h_{el}} \quad (3.3)$$

S é o factor de forma da secção, obtido pela relação entre a área carregada e a área livre de carga do bloco, considerando somente a altura total da lâmina. Para lâminas de secção rectangular, o factor de forma vem dado pela igualdade matemática que se segue:

$$S = \frac{ab}{2(a+b)t} \quad (3.4)$$

β_2 é um coeficiente que depende da forma da secção, alguns autores recomendam que $\beta_2 = 6,73$ e outros $\beta_2 = 5,0$ [39].

- Rigidez horizontal

$$K_h = \frac{GA}{h_{el}} \quad (3.5)$$

E_b é o módulo de compressibilidade do neoprene ($E_b = 2000 \text{ MPa}$), G é o módulo de distorção do neoprene ($G = 0,7 \text{ a } 2 \text{ MPa}$), A é a área em planta do bloco, h_{el} corresponde à altura total do neoprene.

- Rigidez de rotação

$$K_\theta = \frac{Ga^5b}{nt^3\beta_3} \quad (3.6)$$

em que n corresponde ao número de camadas de lâminas de neoprene, a e b dimensões em planta dos blocos de secção rectangulares (sendo que b refere-se à direcção paralela ao eixo em torno do qual se considera a rotação), t corresponde à espessura de apenas uma camada de neoprene e β_3 constante definida em função da relação b/a (ver Tabela 3.3 [39]).

Tabela 3.3: Valores do coeficiente β_3

a/b	β_3	a/b	β_3	a/b	b	a/b	β_3
0,50	137,0	1,25	79,30	1,60	74,10	2,00	70,8
0,75	100,0	1,30	78,40	1,70	73,10	2,50	68,3
1,00	86,20	1,40	76,70	1,80	72,20	10,0	61,9
1,20	80,40	1,50	75,30	1,90	71,50	∞	60

A rigidez conferida pelos aparelhos de apoio em neopreno pode ser sintetizada na forma matricial, o que se traduz na matriz diagonal que se segue. Os valore

numéricos para matriz de rigidez dos elementos de apoio em neoprene estão devidamente apresentados no anexo B.

$$K_N = \begin{bmatrix} K_L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & K_V & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & K_T & 0 & 0 & 0 \\ & & & K_{\theta,L} & 0 & 0 \\ SIM & & & & K_{\theta,V} & \\ & & & & & K_{\theta,T} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Rigidez dos ferrolhos

Para se ter em conta a rigidez dos ferrolhos, admite-se que existe um deslocamento relativo entre os elementos estruturais, Figura 3.17 (a). Assim, para contabilizar a referida rigidez, recorreu-se ao método dos deslocamentos, admitindo que os ferrolhos estão ligados por uma viga de rigidez infinita, o que se traduz no sistema ilustrado na Figura 3.17 (b).

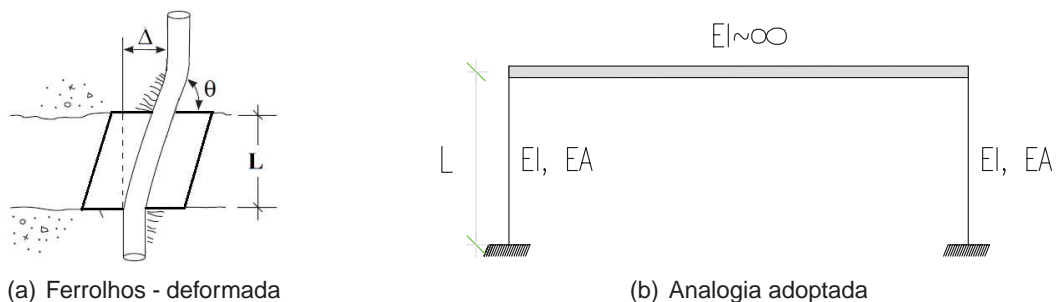


Figura 3.17: Analogia adoptada para o cálculo da rigidez dos ferrolhos

Para o cálculo da matriz de rigidez, foram considerados os sistemas acoplados nos três planos espaciais, tal como se representa na Figura 3.18, considerando como sistema base um elemento bi-encastado.

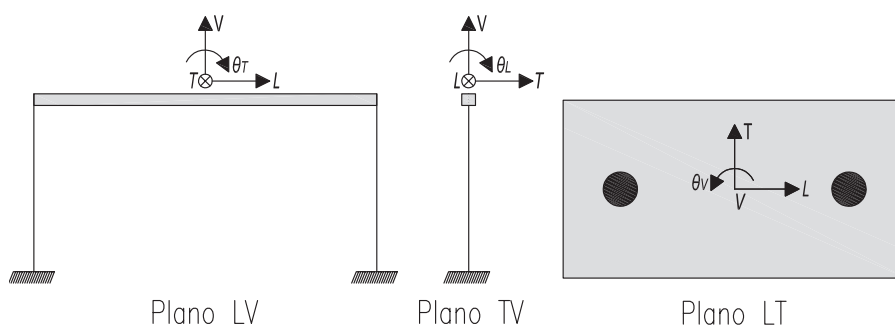


Figura 3.18: Sistemas acoplados considerados nos três planos espaciais

Assim, é possível conhecer a rigidez K_{ij} na direcção i quando é imposto um deslocamento nodal d_j de valor unitário, mantendo-se nulos os restantes deslocamentos, assim como todas as solicitações de vão. Desta forma, a matriz de rigidez dos ferrolhos pode ser escrita na forma que se segue:

$$K_F = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LV} & K_{L\theta_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & K_{VV} & K_{V\theta_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & K_{\theta\theta_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & K_{TT} & K_{TV} & K_{T\theta_L} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & K_{VV} & K_{V\theta_L} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & K_{\theta\theta_L} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & K_{LL} & K_{LT} & K_{L\theta_V} \\ & & & & & & & K_{TT} & K_{T\theta_V} \\ & & & & & & & & K_{\theta\theta_V} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Os valores numéricos para a matriz de rigidez dos ferrolhos estão devidamente apresentados no anexo B.

Sobreposição dos efeitos

Por fim, para se ter em conta a contribuição de ambos os elementos, recorre-se ao princípio de sobreposição dos efeitos. Para tal, é importante que a matriz de rigidez dos ferrolhos tenha a mesma dimensão que a dos aparelhos de apoio em neoprene.

Ordenando a matriz de rigidez dos ferrolhos de acordo com a ordem adoptada para a matriz de rigidez das lâminas de neoprene, e somando as duas, obtém-se a seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} K_L + K_{LL} & K_{LV} & K_{LT} & 0 & K_{L\theta_V} & K_{L\theta_T} \\ & K_V + K_{VV} & K_{TV} & K_{V\theta_L} & 0 & K_{V\theta_T} \\ & & K_T + K_{TT} & K_{T\theta_L} & K_{T\theta_V} & 0 \\ & & & K_{\theta,L} + K_{\theta\theta_L} & 0 & 0 \\ & & & & K_{\theta,V} + K_{\theta\theta_V} & 0 \\ & & & & & K_{\theta,T} + K_{\theta\theta_T} \end{bmatrix}$$

Os aparelhos de apoio em neoprene são de secção quadrangular e encontram-se localizados nas zonas de ligação da viga ao pilar e dos cachorros aos painéis de rampa; a geometria das lâminas para cada uma dessas zonas está definida na Tabela 3.4:

Tabela 3.4: Geometria das lâminas de neoprene [62]

Dimensões (mm)	Zona de ligação	
	Viga/ Pilar	Cachorro/ Rampa
a	300	1200
b	300	250
h_{el}	30	10

Para efeitos de cálculo da rigidez vertical foi utilizado o menor dos dois valores

do coeficiente β_2 acima recomendados ($\beta_2 = 5$), por um lado pelo facto de as laminas de neoprene se caracterizarem mecanicamente por um aumento de rigidez com o decorrer do tempo e, por outro lado, pelo facto de o coeficiente β_2 ser directamente proporcional à rigidez.

As matrizes de rigidez das lâminas de neoprene são calculadas para um valor de $G = 1.35 \text{ MPa}$, que resultou da média dos dois valores extremos acima referidos. Para o coeficiente β_3 obtiveram-se: $\beta_3 = 86.20$, para a zona de ligação da viga ao pilar e no que concerne à ligação da zona do cachorro à rampa $\beta_3 = 66.26$, este valor foi obtido a partir da interpolação dos valores mais próximos da razão $a/b = 4.8$, de acordo com a Tabela 3.3.

Para o cálculo da matriz de rigidez dos ferrolhos, importa lembrar que na zona de ligação da viga ao pilar existem 2 varões $\phi 20$ e na zona de ligação cachorro ao pilar 6 varões $\phi 16$. Sendo que para o valor de módulo de elasticidade do aço, E , tem-se $E = 200 \text{ GPa}$.

Os valores das matrizes de rigidez são apresentados de maneira mais discriminada no anexo B. De seguida, são apenas apresentados os valores finais, correspondentes à contribuição conjunta dos dois elementos, em KN , m e rad .

Entendam-se as nomenclaturas $K_{V/P}$ e $K_{C/R}$, como sendo, respectivamente, matriz de rigidez na zona de ligação Viga/Pilar e Cachorro/Rampa.

$$K_{V/P} = \begin{bmatrix} 1,4E+6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,1E+4 \\ & 4,3E+6 & 0 & 3,1E+5 & 0 & 0 \\ & & 1,4E+6 & -2,1E+4 & 0 & 0 \\ & & & 2,4E+4 & 0 & 0 \\ & SIM & & & 3,1E+4 & 0 \\ & & & & & 4,7E+4 \end{bmatrix}$$

$$K_{C/R} = \begin{bmatrix} 4,6E+7 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,3E+5 \\ & 2,7E+7 & & 6,E+5 & 0 & 0 \\ & & 4,6E+7 & -2,3E+5 & 0 & 0 \\ & & & 4,6E+4 & 0 & 0 \\ & SIM & & & 1,0E+6 & 0 \\ & & & & & 7,0E+5 \end{bmatrix}$$

Discretização da estrutura

Depois de se ter o modelo geométrico completo, procedeu-se à discretização da estrutura, garantindo-se sempre a homogeneidade da estrutura, ou seja, que os elementos *Frame* fossem sempre divididos nas mesmas dimensões, o mesmo procedimento foi tomado para os elementos *Shell*.

De seguida, na Tabela 3.5, apresentam-se as discretizações feitas para cada elemento *Frame* e *Shell*, até se alcançar uma discretização em que se

verificassem insignificantes variações das frequências próprias da estruturas para análise modal.

Tabela 3.5: Refinamento do modelo

Elementos <i>Frame</i>		L (m)	M1	M2	M3	M4	M5
Viga "I"		29	1	4	8	16	32
Cachorros pilar-tabuleiro		1,8	1	2	4	6	8
Cachorros pilar-rampa		1,13	1	2	4	6	8
Patamar		1,10	1	2	4	6	8
Rampa		6,43	1	2	4	6	8
Pilares das rampas		6,43	1	2	4	8	16
Pilar-tabuleiro	Secç. con.	0,82	1	1	1	1	1
	Secç. var.	5,13	1	1	2	6	8
Capitel	Secç. con.	0,38	1	1	1	1	1
	Secç. var.	0,5	1	1	1	1	1
Elemento <i>Shell</i>		A (m ²)	M1	M2	M3	M4	M5
Tabuleiro		50,17	15	16	24	48	96

Na Figura 3.19, apresenta-se a evolução gráfica das frequências fundamentais nas três direcções espaciais do modelo analítico com o refinamento, onde se nota que a partir do modelo M3 não se verificaram alterações significativas em termos de frequências próprias.

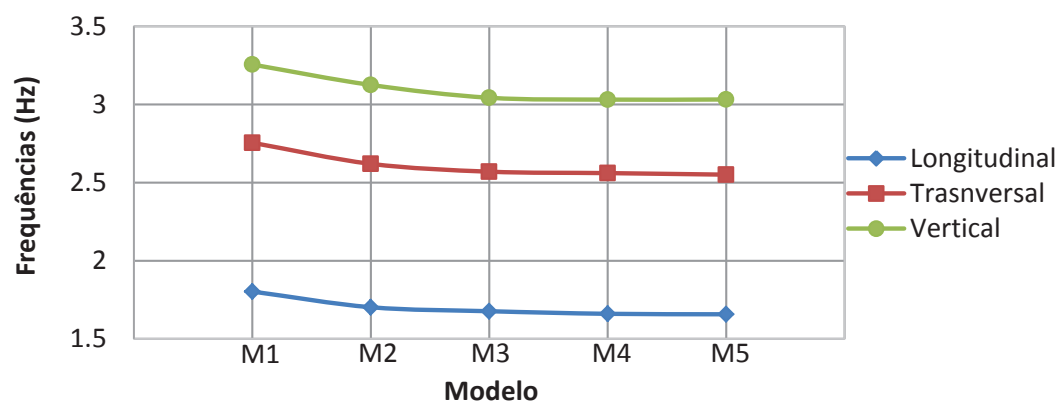


Figura 3.19: Evolução das frequências com o refinamento do modelo

Para o modelo analítico desenvolvido são apresentadas, na Figura 3.20, as vistas tridimensional, frontal e lateral correspondentes ao modelo analítico M5.

No presente trabalho é dada importância aos primeiros modos de vibração da estrutura nas direcções longitudinal, transversal e vertical. Neste contexto, apresentam-se na Figura 3.21, as configurações modais dos primeiros modos de

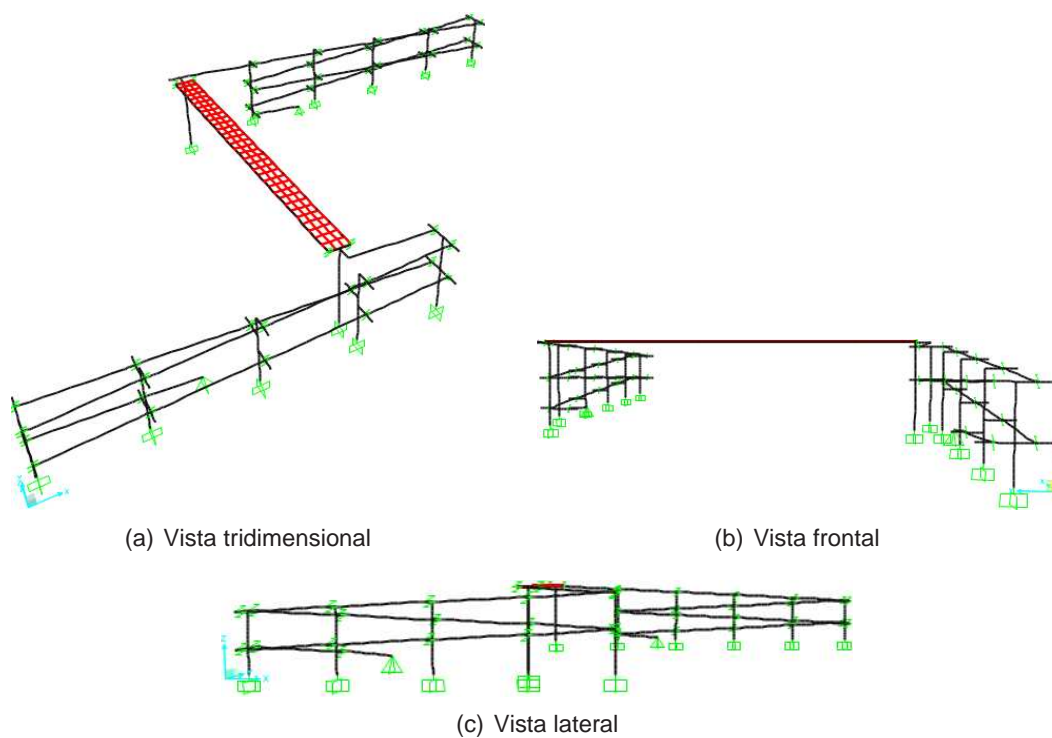


Figura 3.20: Vistas do modelo analítico

vibração da estrutura nas três direcções espaciais, correspondentes ao modelo M5.

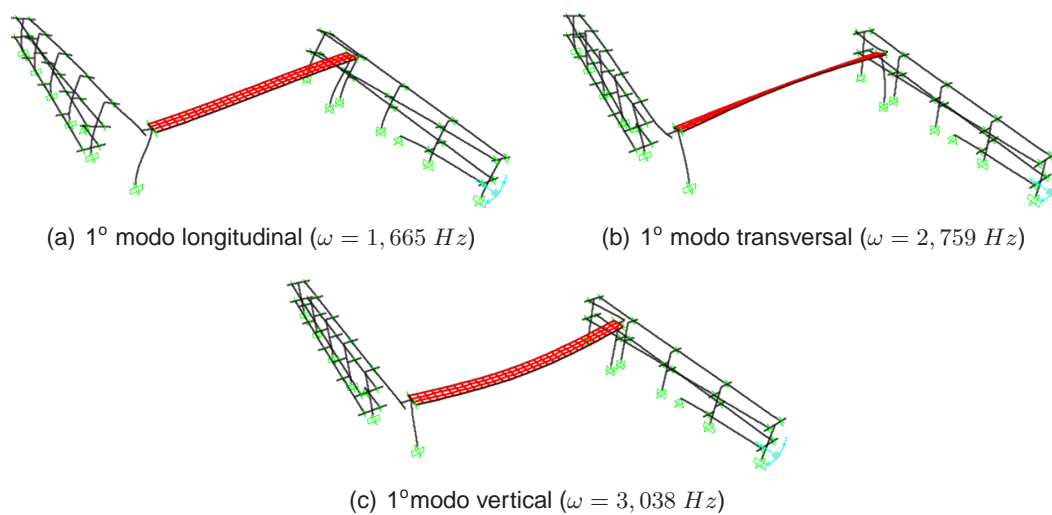


Figura 3.21: Configurações modais

3.5 Caracterização dinâmica

Os ensaios de caracterização dinâmica às acções ambientais efectuados na PP3141 foram concretizados no dia 24 de Julho de 2012, entre as 12:10 e as 15:55, com recurso a três aparelhos de monitorização de vibração da marca *SYSCOM instrument*, modelo *SMS2002 triaxial*, cujas componentes estão apresentadas na Figura 3.22 e descritas em seguida.



Figura 3.22: “Kit” completo do sistemas de monotorização de vibração da Syscom

- a) um elemento de processamento/armazenamento dos dados, *Redbox MR2002-CE*, que dispõe de memória e bateria para funcionamento autónomo;
- b) um geofone *MS2002 triaxial* acompanhado de uma plataforma de montagem que permite que o mesmo se mantenha fixo e devidamente nivelado no decurso do ensaio;
- c) uma antena GPS com cabos de 15 m de comprimento, que permitem que todos os sensores utilizados no ensaio tenham os respectivos relógios acertados para a mesma referência, possibilitando assim a medição simultânea da resposta estrutural em diversos dos seus pontos instrumentados;
- d) uma antena GPS interno com cabos de 3 m de comprimento, com as mesmas finalidades que o primeiro;
- e) um cabo de comunicação, de 3 m de comprimento, que permite a transmissão dos dados do geofone *MS2002 triaxial* para o elemento de *Redbox MR2002-CE*;
- f) um cabo de alimentação a corrente eléctrica para os elementos de *Redbox MR2002-CE*, com 3 m de comprimento;

- g) um computador portátil que dispõe dos software *WinCom* e *VIEW2002* apropriado para todo o processo de gravação e monitorização dos aparelhos de vibração da *Syscom*;
- h) um cabo de comunicação com 3 m de comprimento que, para além de permitir o processo de monitorização dos aparelhos de vibração *Syscom*, possibilita a transferência da informação gravada, dos elementos de *Redbox MR2002 - CE* ao computador portátil, permitindo, desta forma, uma prévia análise dos resultados *in situ*;
- i) um estojo de armazenamento de todos os elementos acima mencionados.

Os sensores de velocidade utilizados caracterizam-se por apresentarem uma boa sensibilidade, e registam frequências no intervalo de 1 a 315 Hz. No entanto, o facto de estes aparelhos serem insensíveis às frequências abaixo de 1,0 Hz não traz problemas nenhuns para aquilo que são os objectivos deste trabalho, pois, segundo Wheeler e Tilly [91, 87], a gama de frequências para pontes pedonais varia entre 1,70 a 3,5 Hz.

3.5.1 Procedimentos de ensaio

Na presente secção são apresentados os resultados identificados experimentalmente, antecédidos de uma breve descrição das técnicas utilizadas para a sua concretização.

Os ensaios efectuados visaram a identificação dos três primeiros modos de vibração nas direcções longitudinal, transversal e vertical do tabuleiro da PP3141. Na Figura 3.23 está apresentada a vista panorâmica da ponte pedonal estudada.



Figura 3.23: Vista panorâmica da ponte pedonal estudada

Foram instrumentadas cinco secções diferentes, como se pode ver na Figura 3.24, que representa o corte longitudinal do tabuleiro. As secções instrumentadas correspondem às secções nas extremidades do tabuleiro (S1 e S5), a um quarto de vão (S2), a meio vão (S3, ref.) e a 3/4 de vão (S4).

Na Figura 3.25 apresenta-se um corte transversal do tabuleiro com os três alinhamentos dos pontos instrumentados, onde ALe e ALd, alinhamentos à esquerda e à direita, respectivamente, correspondem aos alinhamentos sobre os



Figura 3.24: Pontos instrumentados secções longitudinal do tabuleiro

quais o tabuleiro assenta as vigas e o alinhamento AL,ref. a meio da secção, corresponde ao alinhamento onde se encontra o geofone de referência.

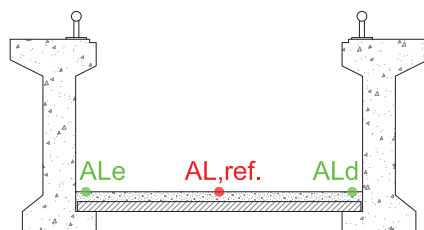


Figura 3.25: Pontos instrumentados secções transversais do tabuleiro

Tendo em conta as Figuras 3.24 e 3.25, é fácil perceber que o geofone de referência corresponde ao ponto a meio-vão do tabuleiro, ou seja, intercepção entre o alinhamento de referência (AL, ref.) e a secção do tabuleiro a meio-vão (S3, ref.).

A técnica de ensaio adoptada consistiu em manter sempre fixo o geofone 2 (G2) num ponto de referência (7, ref.), e os restantes foram sucessivamente colocados nos restantes pontos até se medir a resposta do sistema em toda a malha de pontos instrumentados.

No total, foram efectuados sete ensaios, que correspondem à instrumentação de quinze pontos. Na Figura 3.26 indicam-se os pontos instrumentados para os sete ensaios, sendo que as configurações correspondentes podem ser consultados, com mais detalhe, no anexo C.

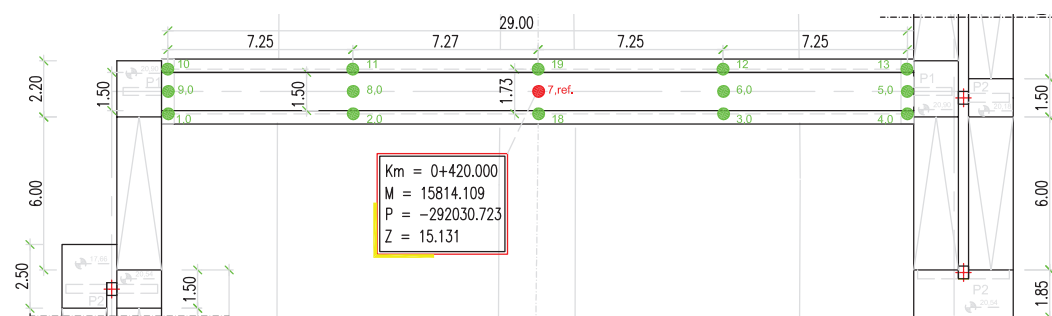


Figura 3.26: Pontos instrumentados nos sete ensaios

Para auxiliar o esquema dos pontos onde foi medida a resposta da estrutura durante os ensaios, foi também elaborada uma tabela que traduz a sequência de

Tabela 3.6: Localização dos geofones em cada ensaios

Ensaio	G1 Ponto	G2, ref. Ponto	G3 Ponto
1	11	7,ref.	3
2	2	7,ref.	12
3	8	7,ref.	6
4	19	7,ref.	18
5	1	7,ref.	13
6	10	7,ref.	4
7	9	7,ref.	5

ensaios a efectuar, indicando os números dos pontos onde cada transdutor deve ser colocado (Tabela 3.6).

A título ilustrativo, na Figura 3.27 está apresentada a distribuição dos três aparelhos de vibração Syscom para o ensaio 4, onde se podem ver todos os elementos utilizados no processo de instrumentação dos 7 ensaios.

O ensaio 4 caracteriza-se por apresentar os três geofones alinhado no meio vão do tabuleiro, onde os geofones 1 e 3 (G1 e G3) se encontram posicionados, respectivamente nos alinhamentos ALe (ponto 19) e ALd (ponto 18) e o geofone 2 (G2) encontra-se no alinhamento AL,ref. (ponto 7,ref.).



(a) Ensaio 4



(b) Ensaio 4

Figura 3.27: Disposição dos três aparelhos de vibração Syscom (ensaio 4)

Ainda para para o ensaio 4 na Figura 3.28, apresentam-se as leituras registadas pelo geofone 2 (G2) para uma frequência de amostragem de 100 Hz e uma duração de 15 minutos.

A frequência de amostragem de 100 Hz foi escolhida com propósitos minimizar ao máximo os erros por sobreposição, eliminando desta forma o contributo de todas as frequências acima da frequência de *Nyquist*.

De acordo com Wheeler e Tilly [91, 87] a gama de frequências para pontes pedonais varia entre 1,70 a 3,5 Hz e por tanto para uma frequência de amostragem de 100 Hz é possível identificar frequências até 40 Hz, o que por um lado garante que sejam identificadas as frequências esperadas e por outro, garante-se as

condições do teorema de amostragem de *Shannon* segundo o qual, a frequência de amostragem (f_s) deve ser pelo menos igual ao dobro da máxima frequência máxima ($f_{máx}$) das componentes do sinal.

Os restantes registos de velocidades estão disponíveis no site: <http://cornel.dec.fct.unl.pt/SUPERB/>, última consultata 05/11/12.

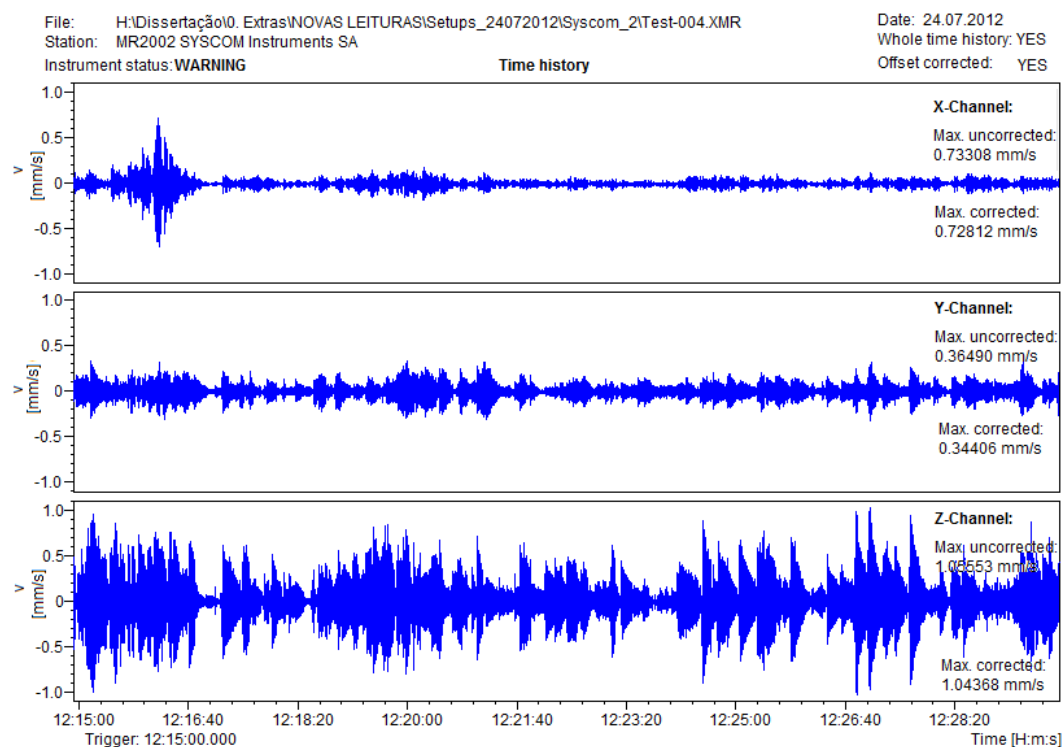


Figura 3.28: Registo vertical de velocidades G2 ensaio 4

3.5.2 Identificação modal

Para a identificação modal foram utilizados os métodos de decomposição no domínio da frequência (FDD) e sua versão melhorada (EFDD) com recurso ao programa *ARTEMIS Extractor* [86].

Numa primeira fase foi utilizado o método FDD para identificar as frequências próprias e visualização das configurações modais da PP3141. O método FDD baseia-se no algoritmo de decomposição em valores singulares (SVD) da matriz das funções de densidade espectral de resposta, nas quais se encontram realçadas as contribuições modais mais importantes em cada frequência.

Na Figura 3.29, apresentam-se os espectros dos quatro primeiros valores singulares da matriz das funções de densidade espectral de resposta em velocidade do passadiço PP3141, medidas experimentalmente utilizando os métodos FDD.

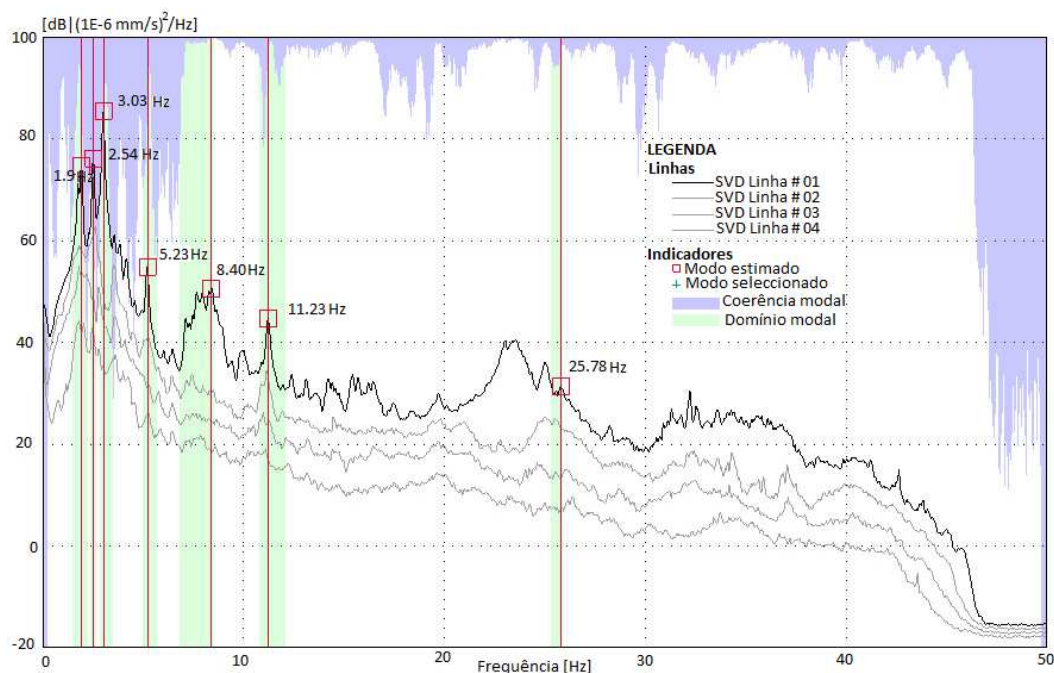


Figura 3.29: Espectros dos quatro primeiros valores singulares da matriz de funções de densidade espectral em velocidades métodos FDD

Numa segunda fase foi utilizado o método EFDD que, por um lado, permitiu comparar os valores estimados pelo método FDD e, por outro lado, permitiu estimar o amortecimento da estrutura.

No método EFDD é introduzido um aperfeiçoamento que permite a definição de funções de densidade espectral com características de osciladores de 1 grau de liberdade, na vizinhança dos picos de ressonância, com base em critérios de correlação entre os vectores singulares dos picos ressonantes e os da sua vizinhança.

Aplicando o algoritmo da IFFT às funções de densidade espectral, extraídas dos espectros de valores singulares, obtém-se a função de auto-correlação a partir da qual se estimam os coeficientes de amortecimento e as frequências naturais.

Na Figura 3.30, apresentam-se os espectros dos quatro primeiros valores singulares da matriz das funções de densidade espectral de resposta em velocidade do passadiço PP3141, medidas experimentalmente utilizando os métodos EFDD.

Nas Figuras 3.29 e 3.30 estão identificados os valores das frequências dos picos de ressonância que correspondem às frequências naturais da estrutura, sendo que os três primeiros picos correspondem aos modos longitudinal, transversal e vertical, respectivamente.

Nos picos de amplitude identificados no espectro do primeiro valor singular (Figura 3.30), foram aplicados procedimentos do método EFDD com recurso ao

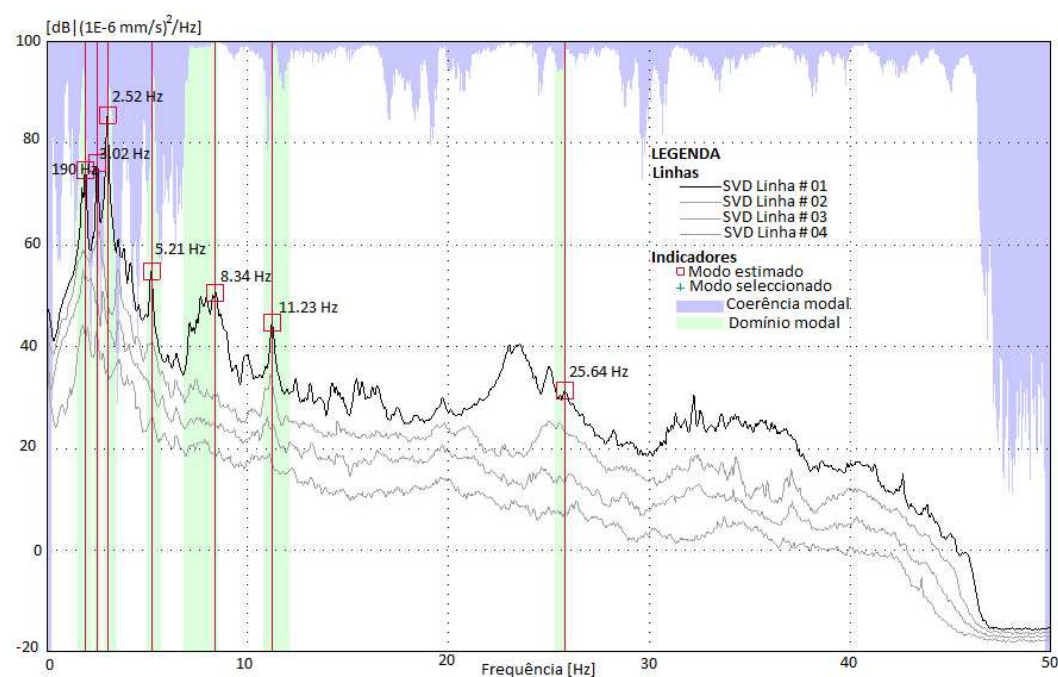


Figura 3.30: Espectros dos quatro primeiros valores singulares da matriz de funções de densidade espectral em velocidades métodos EFDD

programa *ARTEMIS Extractor* [86], com o objectivo de estimar os coeficientes de amortecimento correspondentes a cada ensaio efectuado, seguido de uma média para os sete ensaios, obtendo-se os valores apresentados na Tabela 3.7.

Tabela 3.7: Estimativa do coeficiente de amortecimento pelo método EFDD

Modo	Frequência natural (Hz)	Coeficiente de amortecimento modal (%)
1º	1,910	2,311
2º	2,552	1,512
3º	3,021	1,125

A estimativa do coeficiente de amortecimento é feita aplicando a inversa da transformada de Fourier aos osciladores de 1 grau de liberdade, de onde se obtêm as funções de auto-correlação a partir das quais é possível estimar os coeficientes de amortecimento modais e valores ajustados para as frequências.

A título ilustrativo são apresentados, apenas para o 1º modo do ensaio 4, os resultados da estimativa do coeficiente de amortecimento pelo método EFDD. Os resultados que se apresentam de seguida tem por objectivo mostrar a técnica que o método EFDD utiliza para estimar o coeficiente de amortecimento.

Em primeiro lugar, são identificados os máximos positivos e negativo das funções de auto-correlação, a partir das quais é possível determinar o decremento logarítmico:

$$\delta = \frac{2}{k} \ln \left(\frac{r_0}{|r_k|} \right) \quad (3.9)$$

onde r_0 é o valor inicial da função de auto-correlação; e r_k é o k-ésimo máximo (positivo ou negativo) da função de auto-correlação.

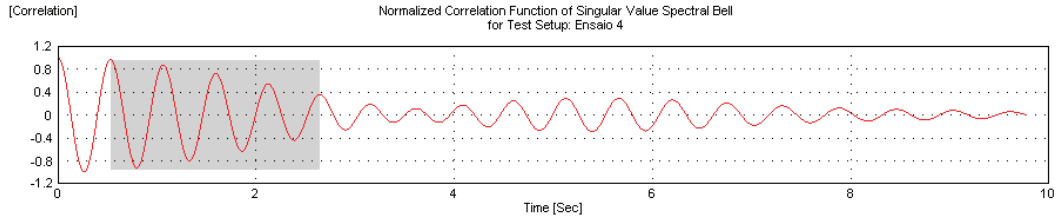


Figura 3.31: Correlação normalizada dos valores singulares do espectro

$$M_{min} = 0.3 \quad M_{max} = 0.95$$

Em segundo lugar, sendo possível relacionar o decremento logarítmico δ e o valor inicial da função de auto-correlação r_0 , através da regressão linear em $\delta \cdot k/2$ e $\ln(|rk|)$, é possível, através da expressão (3.10), calcular o coeficiente de amortecimento.

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4 \cdot \pi^2}} \quad (3.10)$$

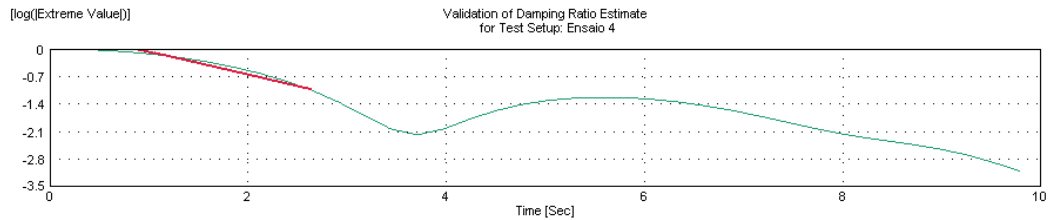


Figura 3.32: Validação da estimativa do coeficiente de amortecimento

$$\omega = 1.93 \pm 8.19E - 5 \text{ Hz}$$

Por fim, tendo em conta que a frequência é o inverso do tempo necessário para completar um ciclo completo, é possível avaliar este intervalo de tempo através da regressão linear nos instantes de passagem por zero e nos instantes correspondentes aos valores máximos (positivos ou negativos) e tendo em conta a relação existente entre a frequência natural (ω) e amortecida (ω_a):

$$\omega = \frac{\omega_a}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.11)$$

Com o objectivo de minimizar os erros provenientes quer do processo de medição, quer da aplicação das técnicas de processamento, todos os registos de velocidade foram objecto de um pré-processamento na avaliação e estimativa das funções de densidade espectral de potência da resposta em velocidades:

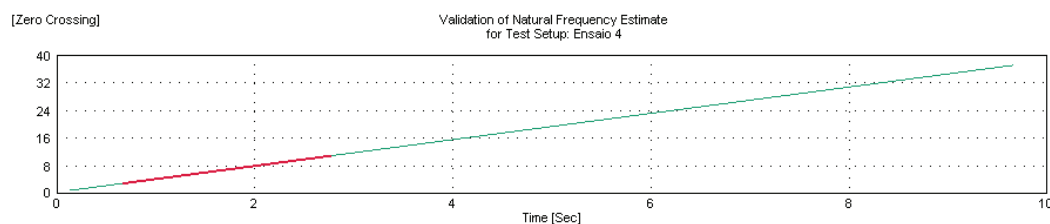


Figura 3.33: Validação da estimativa do coeficiente de amortecimento

$$\omega = 1.93 \pm 8.19E - 5 \text{ Hz}$$

- foram considerando 41 amostras independentes, de 1024 valores cada, com duração de 20,48 segundos, o que se traduz numa resolução em frequências de 0,02411 Hz, obtendo-se assim uma estimativa alisada (*smoothed*) da função de densidade espectral;
- as amostras independentes foram sobrepostas em 2/3, às quais foi aplicada uma janela de processamento de dados para reduzir o efeito de escorregamento (*leakage*);
- tal como já foi referido os registos foram recolhidos para uma frequência de amostragem 100 Hz do modo a minimizar os erros por sobreposição e identificar frequências até 40 Hz.

3.6 Avaliação da qualidade do modelo de elementos finitos

No processo de avaliação experimental das características dinâmicas de estruturas, é de interesse prático a comparação dos resultados obtidos experimentalmente com os resultados obtidos por via analítica, nomeadamente com modelos de elementos finitos.

A comparação entre os resultados experimentais e os analíticos permite avaliar a qualidade do modelo de elementos finitos, que por sua vez permite estudar a integridade da estrutura face a solicitações dinâmicas, como é o caso da acção do sismo.

3.6.1 Comparação entre frequências próprias

As frequências próprias são, geralmente, o primeiro parâmetro usado para comparação das características dinâmicas medidas experimentalmente e as calculadas com base no modelo de elementos finitos.

Na presente secção são feitas comparações entre os resultados obtidos experimentalmente e os obtidos por via analítica, concretamente para o modelo de elementos finitos M5.

Comparam-se, em primeiro lugar, as frequências dos dois métodos utilizados para identificação das características modais Tabela 3.8.

Tabela 3.8: Erro relativo entre frequências obtidas experimentalmente

Modo	FDD (Hz)	EFDD (Hz)	Amortecimento (%)	Erros (%)
1º	1,904	1,910	2,311	0,314%
2º	2,508	2,522	1,512	0,555%
3º	3,027	3,021	1,125	0,198%

Da confrontação entre as frequências obtidas pelo métodos FDD e EFDD Tabela 3.8, conclui-se que, para efeitos de estimativa de frequências próprias, pode ser utilizado qualquer um dos dois métodos, pois o erro relativo entre ambos é insignificante, não chegando a 1%.

A origem das diferenças existentes entre os métodos FDD e EFDD está no facto de no método EFDD terem sido introduzidos alguns aperfeiçoamentos. Contudo, importa lembrar que o método EFDD se baseia nos mesmos fundamentos do método FDD, ou seja, na estimativa das funções de densidade espectral da resposta, calculadas por intermédio do algoritmo da FFT.

No método FDD baseia-se na operação de decomposição aproximada da resposta dos sistemas, nas contribuições de sistemas independentes de um grau de liberdade, cada um correspondente a um modo de vibração, através da aplicação do algoritmo SVD.

Por outro lado, no método EFDD não se seleccionam apenas os picos dos espectros de valores singulares, mas sim zonas desses espectros cujos respectivos vectores singulares têm entre si uma correlação elevada, ou seja, que corresponde à resposta do sistema num modo de vibração.

Em seguida avalia-se o erro relativo entre as frequências calculadas pelo modelo de elemento finito e as obtidas experimentalmente pelo método EFDD 3.9.

Tabela 3.9: Erro relativo entre frequências calculadas e experimentais M5

Modo	SAP2000 - M5 (Hz)	EFDD (Hz)	Amortecimento (%)	Erros (%)
1º	1,665	1,910	2,311	12,827%
2º	2,759	2,522	1,512	8,590%
3º	3,038	3,021	1,125	0,559%

Avaliando pelo erro relativo entre as frequências calculadas analiticamente e as identificadas experimentalmente pelo método EFDD, nota-se alguma discrepância entre ambos, com destaque para as frequências longitudinal e transversal que apresentam, respectivamente, um erro relativo de 12,827 e 8,590%, respectivamente (Tabela 3.9).

Na origem das diferenças entre as frequências calculadas analiticamente e as identificadas experimentalmente podem estar muitos factores associados, alguns de identificação imediata, como, por exemplo, as fendas visíveis ilustradas na Figura 3.34, e outros intrínsecos as características dos materiais.

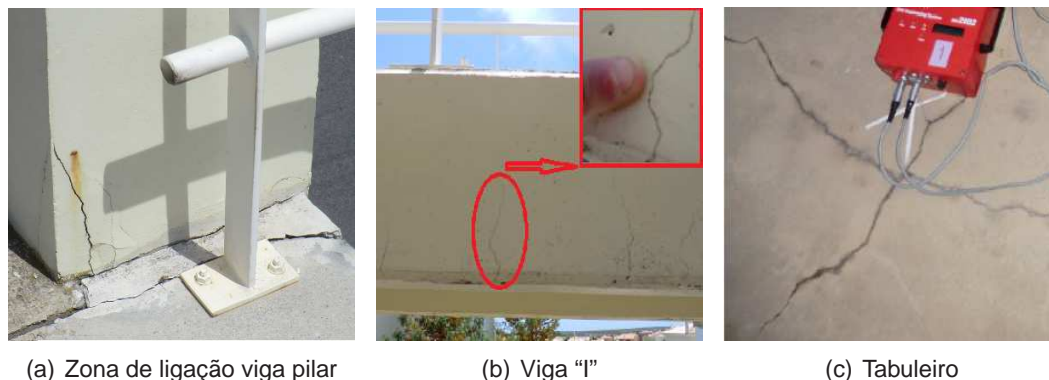


Figura 3.34: Fendas na estrutura

Um outro factor que importa referir é o desgaste dos aparelhos de apoio em neoprene nalgumas zonas de ligação entre os elementos estruturais.

Para além dos casos de estado limites de utilização referidos, constatou-se o não cumprimento de alguns pressupostos definidos em projecto, na fase de execução da obra, como é o caso da falta, ou até inexistência, de aparelhos de neoprene nalgumas zonas de ligação entre os elementos estruturais.

3.7 Actualização do modelo numérico desenvolvido

Com vista ao estudo do comportamento estrutural da PP3141 quando sujeita a uma acção sísmica regulamentar, na presente secção são feitas modificações do modelo analítico, de modo que as propriedades dinâmicas com eles calculados sejam mais próximas das identificadas experimentalmente.

Regra geral, a actualização de modelos de elementos finitos é feito por uma técnica complexa, designada optimização, que têm em conta o elevado número de graus de liberdade e as diversas variáveis estruturais.

No presente trabalho, a calibração do modelo é feita manualmente, tendo-se analisado dois parâmetros: o módulo de elasticidade do betão e os aparelhos de apoio em neoprene, ambos pelas razões acima mencionadas (estados limites de utilização e o não cumprimento de alguns pressupostos definidos em projecto, na fase de execução da obra).

Assim, os resultados analíticos que melhor se ajustaram aos experimentais foram conseguidos com:

- redução do valor do módulo de elasticidade em 10 %;

- aumento da rigidez vertical das lâminas de neoprene na zona de ligação dos pilares de tabuleiro às vigas, passando de $4,05\text{E}+03$ para $4.86\text{E}+03$, o que corresponde a um aumento na ordem dos 20 %;
- desprezou-se a rigidez das lâminas de neopreno nalgumas zonas de ligação das rampas aos cachorros onde se constatou a não existência destes elementos;
- redução da rigidez das lâminas de neopreno, em cerca de 7 %, nas zonas de ligação das rampas aos cachorros em que se constatou existir desgaste dos mesmo, aquando da visita a obra.

A calibração do modelo de elementos finitos M5 permitiu ajustar os valores de frequência para valores que melhor se aproximam dos experimentais, como veremos nas duas secções que se seguem.

A confrontação entre as frequências naturais calculadas analiticamente e as obtidas experimentais pode não ser suficiente para tirar conclusões em relação à qualidade do modelo analítico. Neste contexto, sob pena de se estar a fazer comparações sem sentido, é conveniente analisar também as respectivas configurações modais.

Em seguida, são então comparadas as frequências próprias calculadas para o modelo de elementos finitos calibrado (MC) e obtidas experimentalmente, tendo em conta as respectivas configurações modais.

3.7.1 Comparação entre frequências próprias

Na Tabela 3.10 estão apresentados os erros relativos entre os valores calculados (modelo MC) e experimentais (métodos EFDD), onde se pode constatar que, com calibração do modelo, as diferenças entre as frequências calculadas e experimentais melhoraram, sendo que o erro máximo se verifica no caso do 1º modo, em cerca de 1 %.

Tabela 3.10: Erro relativo entre frequências calculadas e experimentais MC

Modo	MC (Hz)	EFDD (Hz)	Amortecimento (%)	Erros (%)
1º	1,931	1,910	2.311%	1,082%
2º	2,498	2,522	1,512%	0,957%
3º	3,041	3,021	1,125%	0,671%

3.7.2 Configurações modais

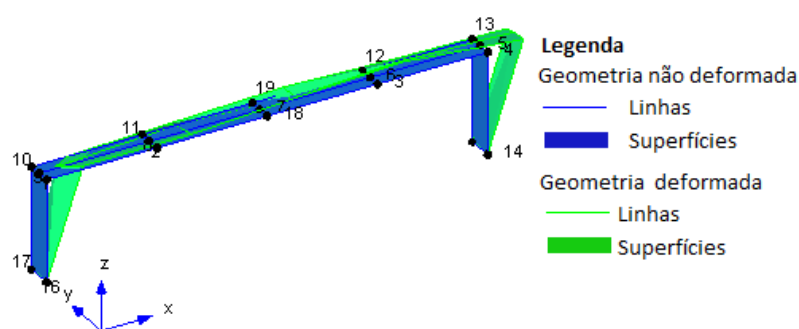
A forma mais imediata de efectuar a comparação entre as componentes modais calculadas com um modelo analítico e as identificadas experimentalmente é através da comparação da sua representação gráfica. Assim, nas

Figuras 3.35, 3.36 e 3.37 apresentam-se as configurações modais dos três primeiros modos de vibração identificados experimentalmente pelo método EFDD, com base no programa *ARTEMIS Extractor* e as configurações do modelo de elementos finitos *SAP2000*, para o model MC.

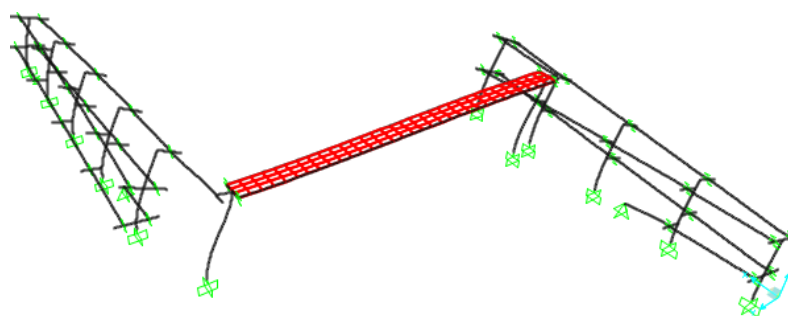
As configurações modais que de seguida são apresentadas, apenas permitem avaliar a concordância dos resultados obtidos por via experimental aos calculados pelo modelo de elementos finitos em termos qualitativo, sendo portanto indispensável a análise efectuada com base nos coeficientes MAC, que de seguida são apresentadas de modo a se quantificar essa concordância.

Atendendo ao parágrafo anterior, importa referir que para se efectuar a comparação através do coeficiente MAC foi preciso extrair do modelo dos elementos finitos, para cada modo de vibração, os valores dos deslocamentos em cada um dos pontos instrumentados nos ensaios experimentais. Para que tal seja possível, é importante que a grelha de elementos finitos seja elaborada em concordância com os pontos que se pretendem instrumentar.

Uma vez extraídos os valores dos deslocamentos, estes são ordenados, também para cada modo de vibração, em ficheiro *.uff que são em seguida importados para o programa *ARTEMIS Extractor* de onde é possível quantificar o ajuste entre os resultados obtidos por ambas as vias.



(a) EFDD ($\omega = 1,910 \text{ Hz}$, $\xi = 2,311\%$)



(b) SAP2000 modelo MC ($\omega = 1,931 \text{ Hz}$)

Figura 3.35: Configurações do 1º modo longitudinal

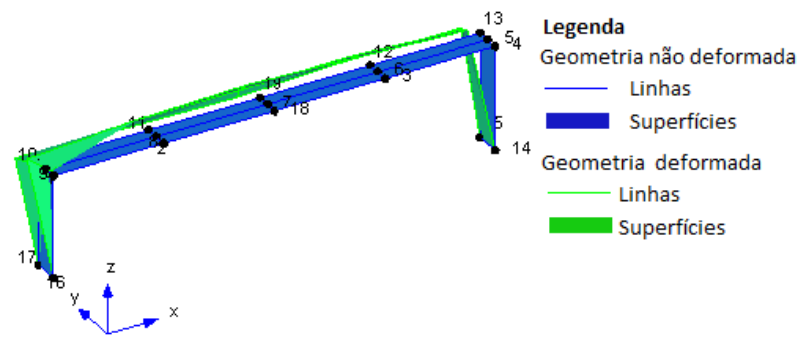
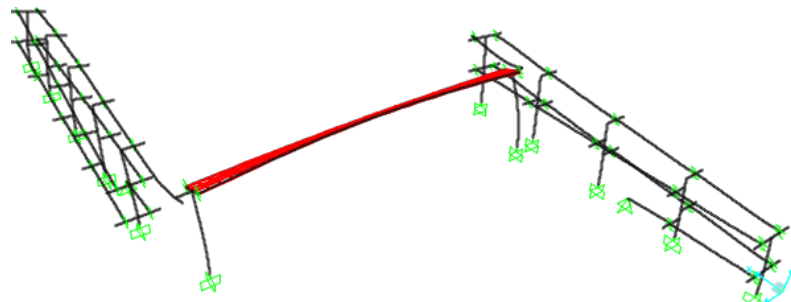
(a) EFDD ($\omega = 2,522 \text{ Hz}$, $\xi = 1,512 \%$)(b) SAP2000 modelo MC ($\omega = 2,561 \text{ Hz}$)

Figura 3.36: Configurações do 1º modo transversal

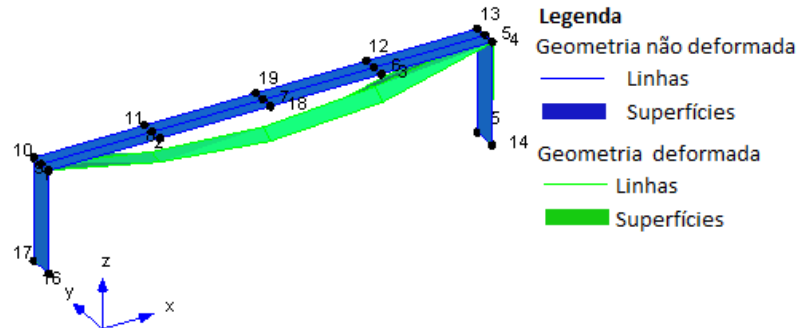
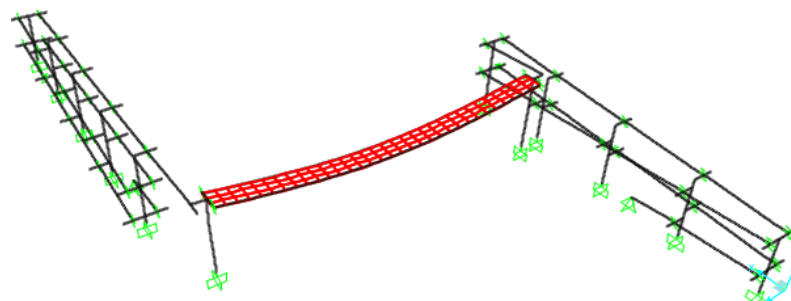
(a) EFDD ($\omega = 3,021 \text{ Hz}$, $\xi = 1,126 \%$)(b) SAP2000 modelo MC ($\omega = 3,005 \text{ Hz}$)

Figura 3.37: Configurações do 1º modo vertical

Analisando as configurações modais da PP3141, representadas nas Figura 3.35, 3.36 e 3.37, pode verificar-se que, em geral, parece existir uma boa concordância entre as configurações identificadas e as calculadas com o modelo de elementos finitos, vejamos em seguida se realmente pode-se afirmar existir uma boa concordância entre os resultados.

3.7.3 Matriz dos coeficientes MAC

Matriz dos coeficientes MAC (Modal Assurance Criterion) é um outro critério que se tem revelado adequado para a comparação das componentes modais calculadas com um modelo analítico com as identificadas experimentalmente.

A matriz dos coeficientes MAC consiste basicamente em exprimir a correlação entre ambas as configurações modais. Se, para valores próximos da unidade, mostram que existe uma boa correlação entre as configurações, por contraposição, valores próximos de zero denunciam que a correlação é má.

Na figuras 3.38, apresentam-se, sob forma de mapa de cores, as matrizes de correlação entre as configurações modais calculadas pelo método dos elementos finitos utilizando o programa SAP2000 e as experimentais obtidas através do programa ARTEMIS Extractor, utilizando o método EFDD.

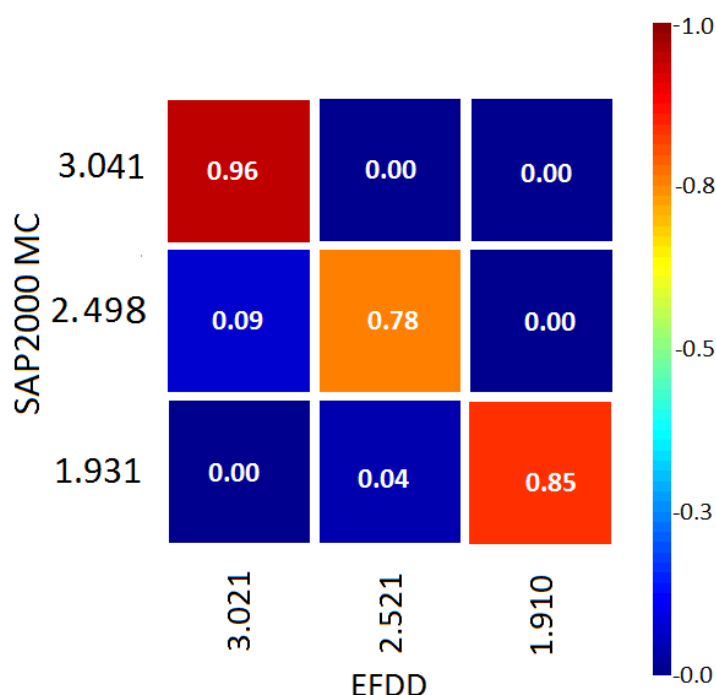


Figura 3.38: Coeficiente MAC entre o método EFDD e SAP2000 MC

Como se pode verificar na Figura 3.38, os elementos da diagonal principal dessa matriz são suficientemente próximos de 1, enquanto que os restantes elementos são, no geral, próximos de 0, o que mostra a boa correlação entre as componentes modais identificadas e as calculadas com o modelo.

3.8 Considerações finais

No presente capítulo, reservado ao estudo de uma ponte pedonal, começou-se por fazer uma descrição da envolvente da obra estudada, bem como dos elementos que a compõem; em seguida foram descritos todos os pressupostos que permitiram a elaboração do modelo de elementos finitos, bem como a descrição da evolução do modelo que permitiu fazer a análise da resposta sísmica da ponte.

Foi feita a caracterização dinâmica da ponte e, com base nos resultados obtidos, foram comparados os resultados calculados analiticamente com os extraídos por via experimental, a partir do qual se observou existir um erro máximo de cerca de 13% que, com calibração do modelo foi possível minimizar-lo.

Capítulo 4

Resultados e análise

4.1 Introdução

Uma estrutura pré-fabricada caracteriza-se por ser constituída por diversos elementos ligados uns aos outros. Neste contexto, a questão que se coloca é se as ligações entre os elementos que compõem a estrutura satisfazem as condições de segurança preconizadas nas normas que abordam este tema.

Para avaliar a capacidade resistente das ligações entre os elementos estruturais a estrutura estudada é solicitada a acções sísmicas regulamentares de acordo com o EC8.

4.2 Critérios de segurança

No caso de acções laterais, como por exemplo o sismo, na zona de ligação entre a viga e o pilar podem ocorrer dois fenómenos:

- fricção na superfície de interface entre os materiais que leva a diminuições consideráveis da resistência de corte dos varões que conferem a ligação dos materiais pré-fabricados. Este fenómeno é conhecido como efeito de ferrolho, Figura 4.1.

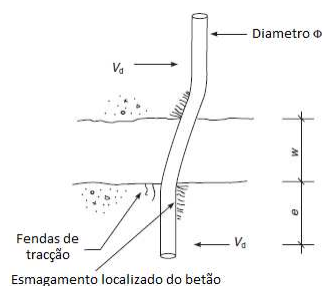


Figura 4.1: Representação do efeito de ferrolho, adaptado de [34]

Como se pode constatar pela figura anterior, o efeito de ferrolho está associado a um esmagamento localizado do betão e à tração do betão no lado oposto, levando a um aumento do braço do momento.

- deslocamentos relativos excessivos entre o pilar e o tabuleiro que podem conduzir a um eventual colapso da estrutura, Figura 4.2.

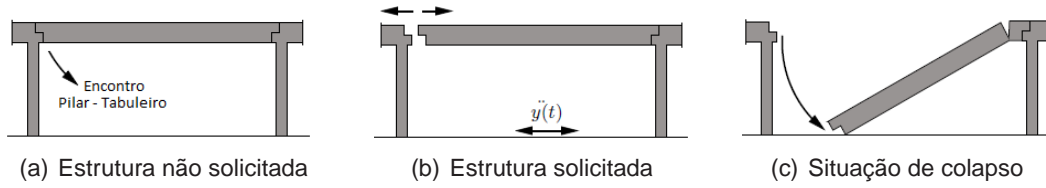


Figura 4.2: Colapso devido ao deslocamentos relativo excessivo entre o pilar e o tabuleiro, adaptado de [81]

4.2.1 Efeito de ferrolho

Na esmagadora maioria dos casos de dimensionamento estrutural, o efeito de ferrolho é desprezado, pois não consta da maior parte das normas de dimensionamento estrutural. No entanto, resultados experimentais provam que a maior parte dos danos que se verificam na zona de ligação entre elementos estruturais são originados pela não consideração deste efeito [34].

A norma BS 8110 [14] considera que os esforços de corte resistente dos varões vêm dados pela expressão seguinte:

$$V_{Rd} = 0,6 f_y A_s \cos \alpha \quad (4.1)$$

onde f_y é a tensão de cedência do aço, A_s é a área do varão do aço e α é o ângulo que o eixo do varão faz com o plano horizontal.

Para se poder avaliar as consequências que podem advir da não consideração do efeito de ferrolho tomou-se como referências as expressões (4.2) e (4.4), que correspondem ao cálculo do valor máximo da força de corte na ligação entre dois elementos estruturais tendo em conta o efeito de ferrolho.

A expressão matemática (4.2) foi obtida com base em resultados experimentais [34]:

$$V_{Rd} = 1,15 \phi 0,67 f_{cu} \sqrt{12e^2 + \frac{0,95 f_y \phi^2}{0,67 f_{cu}}} - 4e \phi 0,67 f_{cu} \quad (4.2)$$

onde f_{cu} é a resistência à compressão do betão num provete cúbico, ϕ é diâmetro do varão e e é o comprimento do varão chumbado no pilar, para numa fase posterior se proceder à selagem à viga (ver Figura 4.1).

Importa referir que, para efeitos de cálculo, o valor de e vem dado pela expressão seguinte:

$$e = w + \phi/2 \quad (4.3)$$

onde w é o espaço ente as vigas em “I” e o pilar e ϕ é diâmetro do varão (ver Figura 4.1).

O CEB FIP Model code 90 (MC 90) [22] recomenda que a expressão (4.4) para o cálculo da máxima resistência ao corte na zona de ligação entre dois elementos estruturais.

$$V_{Rd} = \frac{1.30}{\gamma_{Rd}} \phi^2 \left\{ \sqrt{1 + (1.3\varepsilon)^2} - 1.3\varepsilon \right\} \sqrt{f_{cd}f_y(1 - \zeta^2)} < \frac{A_s f_y}{\sqrt{3}} \quad (4.4)$$

sendo:

$$\varepsilon = 3 \frac{e}{\phi} \sqrt{\frac{f_{cd}}{f_y}} \quad (4.5)$$

e

$$\zeta = \frac{\sigma_s}{f_y} \quad (4.6)$$

em que γ_{Rd} é um coeficiente associado à incerteza do valor da força de corte resistente ($\gamma_{Rd} = 1.3$), f_{cd} é o valor de cálculo da tensão de rotura do betão a compressão, e é a excentricidade da carga e σ_s é a tensão de tracção nos ferrolhos.

Para aplicar a expressão (4.4), devem ser satisfeitas duas condições: as condições geométricas expressas na Figura 4.3 e o deslocamento relativo entre as duas faces de betão deve ser tomado igual a $0,10\phi$, de modo a mobilizar a força de corte máxima nos ferrolhos.

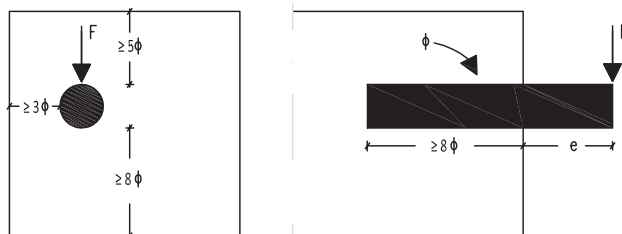


Figura 4.3: Condições geométricas para a mobilização do efeito de ferrolho, adaptado de [22]

O betão dos pilares da ponte estudada é de classe C25/30, varões A500NR com diâmetro de 20 mm. O comprimento do varão chumbado no pilar é de cerca de 25 mm e o espaço entre a viga em “I” e o pilar é de 30 mm.

Como se pode constatar, dos resultados apresentados na Tabela 4.1, à não consideração do efeito de ferrolho na resistência da ligação está associado um erro de cerca de 80 %.

Para efeitos de verificação de segurança toma-se como valor de máxima força de corte na ligação os 18,84 kN. Tendo em conta que cada ligação viga - pilar, tem contribuição de dois varões $\phi 20$, a força de corte máxima é então de 37,69 kN.

Tabela 4.1: Força de corte resistente

A_s mm ²	f_y MPa	f_{cu} MPa	f_{cd} MPa	σ_s MPa	V_{Rd} (BS8110) KN	V_{Rd} [34] KN	V_{Rd} (MC 90) KN
314,147	500	30	20	435	90,25	13,22	18,84

4.2.2 Aparelhos de apoio em neoprene simples

O deslocamento máximo das lâminas de neoprene pode ser calculado de acordo com a equação que se segue [39]:

$$\varepsilon_{q,d} = \frac{\delta_{xy,Rd}}{T_q} \quad \varepsilon_{q,d} < 0,7 \quad (4.7)$$

onde $\varepsilon_{q,d}$ é a distorção devido aos deslocamentos horizontais, $\delta_{xy,Rd}$ é o máximo deslocamento horizontal e T_q espessura total de elastómero.

Para uma espessura de 30 mm de aparelhos de apoio em lâminas de neoprene, o deslocamento máximo admissível é de 21 mm.

4.3 Acção sísmica segundo o EC8 (NP EN 1998 - 1 2010)

Segundo o EC8 [47], existem dois cenários sísmicos a considerar, que podem afectar Portugal: um designado de afastado que é referente, em geral, aos sismos com epicentro na região Atlântica e que corresponde à acção sísmica tipo 1; e outro designado próximo, que é referente, em geral, aos sismos com epicentro no território continental ou no Arquipélago dos açores e que corresponde à acção sísmica tipo 2.

As características sísmicas regulamentares para a região onde se localiza a PP3141 estão sintetizadas na Tabela 4.2, para ambos os cenários acima descritos.

Tabela 4.2: Características sísmicas regulamentares

	Acção sísmica Tipo 1	Acção sísmica Tipo 2
Classe de Importância	III	III
Tipo de terreno	C	C
Zona sísmica	1,2	2,3
Coefficiente de comportamento	2,0	2,0

Apesar da estrutura por si só não pertencer à classe de importância definida na Tabela 4.2, esta tem na sua envolvente infra-estruturas cuja operacionalidade deve ser assegurada, mesmo depois de uma acção sísmica de elevada magnitude, como são os casos do Hospital Distrital de Faro, do Hospital de Santa Maria de Faro e do Aeroporto Internacional de Faro, que são de classe IV.

Portanto, em caso de colapso da PP3141, a EN 125 - 10 pode ficar obstruída e o acesso a qualquer uma das infra-estruturas acima referidas pode ser condicionado, pelo que se optou por admitir que a PP3141 seja de classe III, ao invés da classe II, como seria em situações normais.

O amortecimento foi calculado com base no amortecimento clássico de Rayleigh, em que a matriz de amortecimento (\mathbf{C}) é definido em proporcionalidade com as matrizes de massa (\mathbf{M}) e rigidez (\mathbf{K}) pelo sistema que se segue:

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (4.8)$$

onde α e β são parâmetros independentes, convenientemente definidos. Esta hipótese simplificativa facilita o tratamento matemático do problema, sendo na prática muito utilizado por fornecer uma boa aproximação para grande grupo de estruturas.

Os coeficientes α e β determinam-se a partir das frequências próprias da estrutura (ω_i, ω_j) e dos coeficientes de amortecimento (ζ_i, ζ_j). Para o cálculo dos coeficientes α e β foram considerados os modos com maior valor de participação de massa estrutural.

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Aplicando o sistema equações (4.9) aos modos longitudinal e transversal, obtém-se $\alpha = 0.1616$ e $\beta = 0.005$ valores que como se pode constatar do gráfico representado na Figura 4.4 ajustam-se de forma aceitável aos valores obtidos experimentalmente.

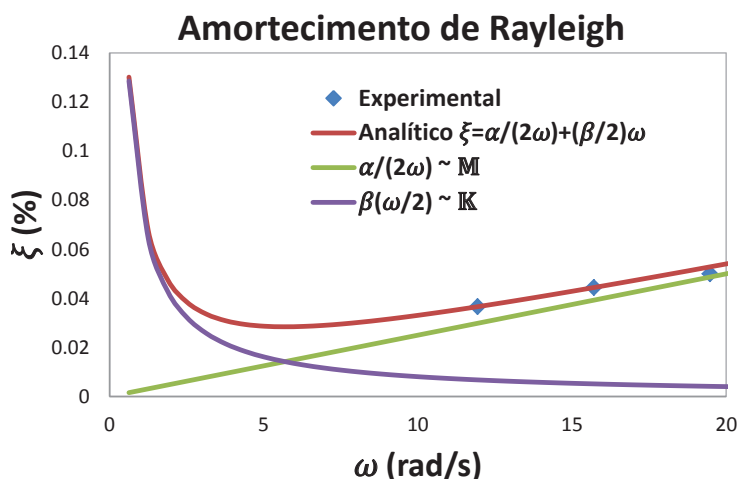


Figura 4.4: Aplicação do amortecimento de Rayleigh a PP3141

Tal como já foi referido, por se tratar de uma estrutura leve quando comparadas com outras estruturas rodoviárias, na fase de projecto, não foi efectuado nenhum estudo geológico-geotécnico para a caracterização das fundações.

No entanto, verificou-se, dos arquivos da EP, que a PP3141 se encontra a 150 m de uma Passagem Superior ao Caminho de ferro, cujo projecto refere que as sondagens SPT atravessaram siltes micáceos, duros à rijos, subjacentes a areias finas a médias, micáceas, que se apresenta medianamente compacta a muito compacta, e assinalaram o nível freático a cerca de 4,70 m.

Atendendo ao parágrafo anterior, e ao facto de na memória descritiva e justificativa desta obra de arte se ter considerado, para efeito de execução das sapatas, uma tensão de segurança do terreno de 0.20 MPa, foi considerado que o terreno onde a estrutura se localiza é do tipo C.

Para se ter em conta o funcionamento não linear, definiu-se o coeficiente de comportamento, que tem por finalidade corrigir os valores do espectro de resposta elástico, diminuindo-os, permitindo fazer uma análise linear que simula o comportamento não linear dos elementos estruturais. O valor de coeficiente de comportamento foi definido de acordo com o EC8 Parte 2 [45].

Satisfeitas as condições impostas pelo EC8 forma gerados espectro de resposta de cálculo para Acção sísmica do Tipo 1 e Tipo 2, Figura 4.5.

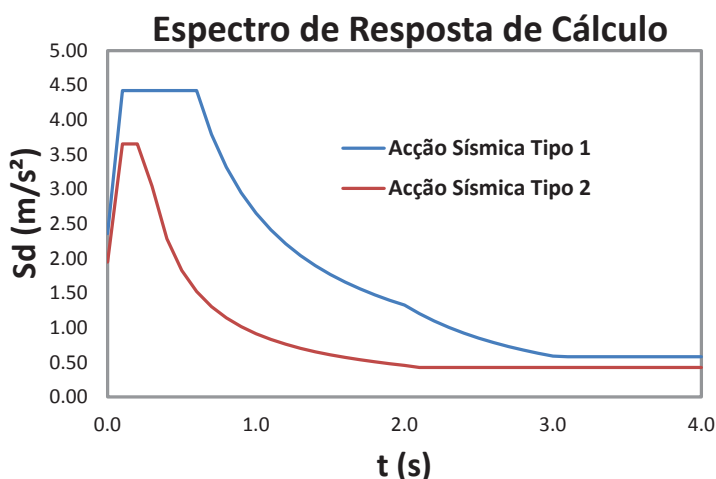


Figura 4.5: Espectro de resposta de cálculo segundo EC8 (NP EN 1998 - 1 2010)

Segundo o EC8, quando uma estrutura é solicitada pela acção de um sismo os esforços máximos nos elementos estruturais são calculados directamente através do espectro de cálculo, enquanto os deslocamentos, no caso de uma análise linear, devem ser analisados com base nas deformações elásticas do sistema estrutural aplicando a formula (4.10):

$$d_s = q_d d_e \quad (4.10)$$

onde d_s é o deslocamento máximo devido a acção sísmica de cálculo, q_d corresponde ao coeficiente de comportamento da estrutura e d_e deslocamento determinado por uma análise linear baseada no espectro de resposta de cálculo.

4.4 Resultados

O EC8 [47] preconiza que a combinação das componentes horizontais da acção sísmica pode ser considerada calculando a raiz quadrada do somatório dos quadrados dos esforços devidos a cada componente horizontal.

Como alternativa e opção adoptada no presente trabalho, a EN 1998 - 1 prevê que os esforços devidos à combinação das componentes horizontais da acção sísmica possam ser calculados considerando a acção sísmica a actuar a 100 %, numa direcção, e 30 % na outra e vice-versa; e admite a não necessidade de se considerar a acção do sismo na vertical para estruturas em que a sensibilidade segundo esta direcção é desprezável

O valor do módulo de elasticidade do material dos elementos estruturais adoptado no projecto para a situação sísmica é outro factor a ter em consideração. A EN 1998 - 1 estabelece que, no caso de solicitações muito rápidas, como é o caso do sismo, deve ser considerada metade de rigidez não fendilhada em todos os elementos estruturais, pois a acção sísmica fendilha as estruturas e, actuando ciclicamente, os elementos da estrutura respondem em regime fendilhado, com rigidezes reduzidas.

Os resultados que em seguida são apresentados correspondem à combinação sísmica, sendo essa combinação expressa pela expressão que se segue [46].

$$E_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (4.11)$$

onde $G_{k,j}$ é o valor característico das acções permanentes; A_{ed} é valor de cálculo da acção sísmica; P é valor de cálculo da força de pré-esforço; $Q_{k,i}$ é o valor quase permanente das acções variáveis; e $\psi_{2,i}$ corresponde ao valor para a determinação da combinação quase-permanente de acção variável. Os valores recomendados dos coeficientes $\psi_{2,i}$ podem ser encontrados no anexo A EC0 [46].

Com o intuito de verificar a resistência ao estado limite de rotura e de deformação excessiva nas zonas de ligação da viga ao pilar, extraíram-se do modelo de elementos finitos os valores de deslocamento e de forças de corte para diferentes acções sísmicas nos pontos A, B, C e D que correspondem às zonas de ligação da viga ao pilar, Figura 4.6.

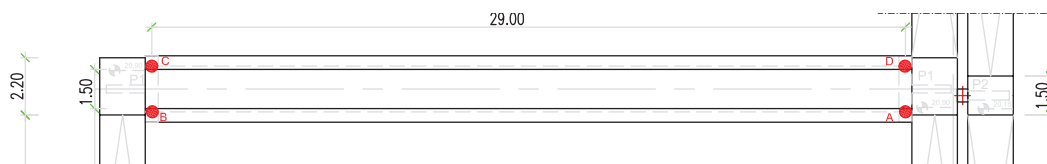


Figura 4.6: Zonas de ligação da viga ao pilar

A verificação da resistência ao estado limite de rotura e de deformação excessiva nas zonas de ligação da viga ao pilar é garantida apenas se a inequação (4.12) for satisfeita.

$$E_d \leq R_d \quad (4.12)$$

Tabela 4.3: Deslocamento do neoprene e as forças de corte nos ferrolhos

ACÇÃO SÍSMICA TIPO 1				
$\delta_{xy,Rd} = 21 \text{ mm}$		$V_{Rd} = 37,69 \text{ KN}$		
Ponto	$\delta_{xy,Ed}(\text{mm})$	Verificação	$V_{Ed}(\text{KN})$	Verificação
100% a actuar na direcção x e 30% na direcção y				
A	43.40	NÃO	138.6	NÃO
B	33.54	NÃO	47.51	NÃO
C	33.54	NÃO	67.73	NÃO
D	43.40	NÃO	153.0	NÃO
100% a actuar na direcção y e 30% na direcção x				
A	13.24	SIM	93.27	NÃO
B	10.58	SIM	88.82	NÃO
C	10.56	SIM	75.86	NÃO
D	13.24	SIM	86.13	NÃO

ACÇÃO SÍSMICA TIPO 2				
$\delta_{xy,Rd} = 21 \text{ mm}$		$V_{Rd} = 37,69 \text{ KN}$		
Ponto	$\delta_{xy,Ed}(\text{mm})$	Verificação	$V_{Ed}(\text{KN})$	Verificação
100% a actuar na direcção x e 30% na direcção y				
A	23.10	NÃO	80.78	NÃO
B	18.18	SIM	27.72	SIM
C	18.18	SIM	42.21	NÃO
D	23.12	NÃO	97.33	NÃO
100% a actuar na direcção y e 30% na direcção x				
A	7.02	SIM	44.42	NÃO
B	5.60	SIM	39.39	NÃO
C	5.64	SIM	34.73	SIM
D	7.02	SIM	43.87	NÃO

4.5 Considerações finais

O presente capítulo, reservado à análise de resultados, começou por apresentar alguns fundamentos teóricos associados à segurança na ligação entre elementos pré-fabricados, quando solicitadas acções laterais.

Em seguida foram definidos critérios para a verificação dos estados limites de ruptura e de deformação excessiva.

Por fim, foram definidas acções sísmicas regulamentares de acordo com o EC8 para as quais, na maior parte dos casos, não se verificaram os critérios

de segurança aos estados limite últimos. Tendo-se registado um valor máximo 153,0 KN de força de corte, quando o valor de resistência é de 37,7 KN e para o deslocamento obteve-se um máximo de 43,4 mm sendo o máximo admissível de 21,0 mm.

O máximo valor da força de corte nos ferrolhos assim como do deslocamento dos aparelhos de apoio em neoprene foram verificados para acção sísmica tipo 1 com o a acção sísmica a actuar a 100 % na direcção transversal e 30 % na direcção longitudinal.

Embora os resultados obtidos indiquem que, com o modelo de elementos finitos considerado, não são verificados os pressupostos do Eurocódigo no que diz respeito aos estados limite últimos, considera-se que uma análise de segurança requer uma verificação mais pormenorizada dos pressupostos considerados no modelo de elementos finitos, com especial atenção a zona de ligação entre os elementos estruturais.

Uma análise prévia mais pormenorizada dos pressupostos considerados no modelo de elementos finitos, tem que ver com o facto de, para efeitos de verificação de segurança, na zona de ligação entre elementos estruturais, não se ter tido em conta o comportamento plástico dos materiais, que reproduz o comportamento real da estrutura.

Ensaio experimentais [22, 34], provam que forças de corte superiores as resistentes não conduzem necessariamente a perda de resistência dos ferrolhos, pois, estes, mesmo depois de atingirem a máxima capacidade resistente, caracterizam-se por apresentar uma reserva de resistência as acções horizontais.

Capítulo 5

Conclusões e desenvolvimentos futuros

5.1 Conclusões

A dificuldade de circulação de peões devido ao desenvolvimento na construção da rede viária nacional tem aumentado a necessidade de construção de passagens superiores, de modo a facilitar o tráfego pedonal. No entanto, as pontes para peões caracterizam-se por apresentarem vibrações excessivas, às quais estão associados fenómenos de fissuração, fracturas por fadiga, colapso total ou parcial, redução de vida útil em serviço, para além do desconforto por parte dos utilizadores.

Neste trabalho avaliou-se a segurança de uma ponte pedonal, face à acção sísmica regulamentar. A ponte estudada localiza-se na Estrada Nacional EN 125 - 10, concretamente na freguesia de Montenegro, distrito de Faro, região do Algarve. Em situação de colapso causada por uma acção sísmica, a ponte estudada pode condicionar o funcionamento da via e, por consequência, o acesso à Universidade do Algarve, às estações rodoviária e ferroviária de Faro, ao Aeroporto Internacional de Faro, bem como ao Hospital Distrital de Faro e ao Hospital de Santa Maria de Faro.

A avaliação da segurança da ponte pedonal estudada passou por, numa primeira fase, identificar as características modais medidas experimentalmente. Para tal, foi preciso fazer uma análise estocástica que, para além de permitir a identificação dos parâmetros modais, serviu também para a validação e calibração do modelo de elementos finitos, que numa segunda fase permitiu analisar a resposta da ponte quando sujeita às acções do sismo.

A identificação das características modais da estrutura foi feita no domínio da frequência com recurso aos métodos FDD e EFDD, que se sustentam nas funções de densidade espectral. O método FDD permite a identificação das frequências e configurações modais; porém, a limitação da resolução finita em frequência não permite estimar o coeficiente de amortecimento modal. Já no método EFDD, a limitação da resolução finita em frequência é de alguma forma ultrapassada, sendo

por isso possível estimar o amortecimento modal, para além das frequências e modos de vibração.

Através da aplicação de um método de identificação modal estocástica, na análise dos registos da resposta da ponte estudada às acções do ambiente foram identificados sete frequências próprias, das quais se avaliaram apenas as frequências e os coeficientes de amortecimento dos três primeiros modos.

Foi possível identificar modos até frequências na casa dos 25 Hz, o que em termos de estruturas de engenharia civil já é um valor que se pode considerar como elevado. Este facto mostra, por um lado, a capacidade dos transdutores utilizados para responderem bem até essas frequências, e, por outro lado, a capacidade dos métodos de identificação modal estocástica aplicados à resposta das estruturas, induzida pelas acções a que normalmente estão sujeitas.

Os primeiros três modos de vibração avaliados apresentam frequências próprias de 1.902 Hz, 2.522 Hz e 3.017 Hz respectivamente nas direcções longitudinal, transversal e vertical. Os coeficientes de amortecimento modal correspondentes são 2.311 %, 1.512 % e 1.126 %.

Importa referir que as características dinâmicas identificadas experimentalmente assim como o modelo de elementos finitos desenvolvido, permitirão o acompanhamento da obra ao longo da sua vida útil e eventualmente o desenvolvimento de trabalhos futuros no âmbito do projecto SUPERB.

Uma vez conhecidas as características dinâmicas da estrutura procedeu-se à calibração do modelo de elementos finitos, seguido de uma comparação com os resultados obtidos experimentalmente, de onde se constatou existir ligeiras discrepâncias entre as componentes modais identificadas e as calculadas com o modelo de elementos finitos.

O modelo de elementos finitos foi calibrado, tendo-se verificado uma minimização do erro entre as componentes modais identificadas e as calculadas com o modelo de elementos finitos de cerca 14,8% na direcção longitudinal, 9.5 % na direcção transversal e 0.1 % na direcção vertical.

Uma vez encontrado um modelo de elementos finitos que confere uma boa concordância entre as componentes modais identificadas e as calculadas, a estrutura foi então solicitada a diferentes acções sísmicas, para as quais, no geral, não se verificou a resistência ao estado limite de rotura e a deformação excessiva nas zonas de ligação da viga ao pilar.

Assim sendo, os resultados obtidos parecem indicar a necessidade da implementação de uma solução de reforço estrutural. Contudo, antes de se proceder a um eventual reforço, sugere-se uma análise prévia mais pormenorizada dos pressupostos considerados na presente modelação.

5.2 Desenvolvimento futuro

Para o desenvolvimento deste trabalho foi necessário recorrer a algumas noções de processamento digital de sinais, porém a apresentação feita no decorrer do trabalho, relativamente a esse tema, foi ainda limitada. Considera-se assim, como sendo de bastante interesse uma exploração mais profunda do tema.

A análise estocástica desenvolvida neste trabalho circunscreve-se no domínio da frequência, explorando-se apenas os métodos de identificação FDD e EFDD, que se baseiam em técnicas de processamento de sinal que utilizam o algoritmo da FFT. Com a evolução tecnológica, têm vindo a ser desenvolvidos novos métodos que também se têm mostrado eficazes no domínio da identificação modal estocástica, no caso dos métodos no domínio do tempo. Neste contexto, o recurso a esses métodos permite ultrapassar algumas das limitações dos métodos baseados no domínio da frequência.

A calibração de modelos analíticos com base nas características dinâmicas identificadas com métodos de identificação modal estocástica é um dos aspectos a ter em conta na caracterização dinâmica de estruturas de engenharia civil. Não tendo sido feita uma abordagem exaustiva em relação a esse tema, considera-se assim que, por este ser de extrema importância, poderia ser alvo de uma abordagem mais profunda, recorrendo para o efeito às técnicas de optimização para a calibração do modelo.

Visto que, no geral, não são garantidas as condições de segurança da ponte estudada, pode ser desenvolvido um estudo de reabilitação sísmica, por exemplo, com recurso as ligas com memória de forma (LMF) que, até agora, se têm mostrado eficazes no controlo da resposta do tabuleiro e na redução da ocorrência do descalçamento durante a acção sísmica.

As LMF, por um lado, permitirão que, mesmo depois de os aparelhos de apoio em neoprene terem sofrido deslocamentos excessivos recuperem a sua geometria inicial, devido ao efeito de memória de forma que os caracteriza e, por outro lado, devido à sua capacidade de superelasticidade, permitem que o material suporte grandes deformações cíclicas, sem tensões residuais, enquanto ocorre dissipação de energia.

Bibliografia

- [1] ALLEMANG, J., AND BROWN, L. A correlation coefficient for modal vector analysis. *Proceedings of the International Modal Analysis Conference 3* (1982), 110 – 116.
- [2] ALVES, R. Comportamento dinâmico de pontes sob a acção pedonal. Master's thesis, FEUP : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Setembro 2008.
- [3] ANDERSEN, P. *Identification of Civil Engineering Structures using Vector ARMA Models*. PhD thesis, University of Aalborg, Denmark, 1997.
- [4] BACHMANN, H. Vibration problems in structures, practical guidelines. *Birkhäuser verlag* (1997).
- [5] BACHMANN, H., AND AMMANN, W. "vibrations in structures induced by man and machines. *Structural Engineering Documents, IABSE* (1987.).
- [6] BAUMANN, K., AND BACHMANN, H. Dynamic loading induced by person and its effect on beam structures. *Institute of Structural Engineering, Swiss Fed. Inst. of Techn. (ETH) Zurich, report 7501-3, Birkhäuser, Basle* (1987).
- [7] BAYRAKTAR, A., ALTUNIŞIK, A., SEVIM, B., AND TURKER, T. Modal testing, finite-element model updating, and dynamic analysis of an arch type steel footbridge. *Journal of Performance of Constructed Facilities* (March/April 2009).
- [8] BENDAT, J., AND PIERSON, A. *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*, 2nd edition ed. Wiley - Interscience, Nova Jersey - USA, 1993.
- [9] BRINCKER, R., VENTURA, C., AND ANDERSEN, P. Damping estimation by frequency domain decomposition. *IMAC XIX, Kissimmee, USA* (2001).
- [10] BRINCKER, R., VENTURA, C., AND ANDERSEN, P. Why output-only modal testing is a desirable tool for a wide range of practical applications. *IMAC XXI, Kissimmee, USA*. (2003).
- [11] BRINCKER, R., ZHANG, L., AND ANDERSEN, P. Modal Identification from ambient responses using frequency domain decomposition. *IMAC XVIII, San Antonio, USA* (2000).

- [12] BRINCKER, R., ZHANG, L., AND ANDERSEN, P. Output-only modal analysis by frequency domain decomposition. *Proceedings of The ISMA25 Noise And Vibration Engineering 11* (September 2000), 717 – 723.
- [13] BRITISH STANDARDS INSTITUTION, BS 5400, PART 2, APPENDIX C. *Vibration Serviceability Requirements for Foot and Cycle Track Bridges*, 1978.
- [14] BRITISH STANDARDS INSTITUTION, BS 8110, PART 1. *Structural Use of Concrete - Code of Practice for Design and Construction*. Londres - Inglaterra, 1985.
- [15] BROWNJOHN, J., DUMANOGLU, A., SEVERN, R., AND TAYLOR, C. Ambient vibration measurements of the humber suspension bridge and comparison with calculated characteristics. (*Proc. ICE*) *Proceedings Institution of Civil Engineers* 83, 9173 (Setembro 1987), 561 – 600.
- [16] CAETANO, E., AND CUNHA, A. Modelação numérica e validação experimental do comportamento dinâmico de uma ponte pedonal. *SÍSMICA - 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica* (2004), 602 – 610.
- [17] CAETANO, E., MAGALHÃES, F., AND CUNHA, A. Novas perspectivas na análise do comportamento dinâmico de estruturas. *Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões* 18 (2010), 23 – 34.
- [18] CETANO, E. *Identificação Experimental de Parametros Dinamicos em Sistemas Estruturais*. PhD thesis, FEUP : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1992.
- [19] CHOPRA, K. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall, New Jersey, 1999.
- [20] CISMAŞIU, C. *Aulas Teóricas de Dinâmica de Estruturas - Mestrado Integrado em Engenharia Civil*. FCT - UNL : Faculdade de Ciências e Tecnologia Universidade Nova de Lisboa, 2011 - 2012.
- [21] CLOUGH, R., AND PENZIEN, J. *Dynamics of structures*. McGraw-Hill, March 1993.
- [22] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB - FIP Model Code 90*, 1991.
- [23] COMPUTERS AND STRUCTURES. *CSI Analysis Reference Manual for SAP2000*. Berkeley - California - USA, October 2005.
- [24] COMPUTERS AND STRUCTURES. *Using Matlab version 7 - Student Version, The Math Works*, July 2005.
- [25] CORRÊA, R., AND COSTA, A. *Ensaio Dinâmico da Ponte sobre o Rio Arade*. J.A. Fernandes and L.O. Santos, LNEC - Portugal, 1992.
- [26] COSTA, A. Avaliação e caracterização dinâmica no edifício da assembleia da república. Tech. rep., LNEC: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 2012.

- [27] COSTA, A., GUEDES, J., AND MIRANDA, L. *Projecto de Reabilitação e Reforço da Ponte de Arame*. FEUP : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto - Portugal, 2005.
- [28] CRAWFORD, R., AND WARD, H. Determination of the natural period of buildings. *Bulletin of the Seismological Society of America* 54, 6 (1964), 1743 – 1756.
- [29] CUNHA, A. *Dinâmica Estrutural Estocástica Aplicações à Engenharia Sísmica*. PhD thesis, FEUP: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1990.
- [30] CUNHA, A., AND CAETANO, E. Experimental modal analysis of civil engineering structures. *Sound and vibration* (Junho 2006), 12 – 20.
- [31] DE PROTECÇÃO CIVIL, A. N. *Estudo do Risco Sísmico e de Tsunamis do Algarve*. Autoridade Nacional de Protecção Civil, Dezembro 2010.
- [32] DELGADO, R., AND ARÊDE, A. *Aulas Teóricas de Dinâmica de Estruturas - Licenciatura em engenharia civil*. FEUP : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2000.
- [33] DESIGN MANUAL FOR ROAD AND BRIDGES, HIGHWAY AGENCY, BD 37/01. *Loads for Highway Bridges*. London, February 2002.
- [34] ELLIOTT, K. *Precast Concrete Structures*. Butterworth - Heinemann, 2002.
- [35] FELBER, A. *Development of a Hybrid Bridge Evaluation System*. PhD thesis, UCB: University of British Columbia, Vancouver - Canada, 1993.
- [36] FIGUEIREDO, F. Isolamento sísmico de base - dimensionamento de sistemas de isolamento de base em edifícios. Master's thesis, IST - UTL: Instituto Superior Técnico Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa - Portugal, Outubro 2007.
- [37] GALBRAITH, F., AND BARTON, M. Ground loading from footsteps. *J. Acoust. Soc. Of America* 48, 5 (1970), 1288 – 1292.
- [38] GUEDES, M. O início da tracção eléctrica na ponte d. Luís I. *Ingenium* 2 (1997), 60 – 65.
- [39] GUERREIRO, L. *Comportamento de blocos de elastómero (borrachas)*. IST: Instituto Superior Técnico Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa - Portugal, Abril 2003.
- [40] GUERREIRO, L. *Acção sísmica - Textos sobre engenharia sísmica de pontes, de apoio ao Mestrado de Engenharia de Estruturas do Instituto Superior Técnico*. IST - UTL: Instituto Superior Técnico Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa - Portugal, Fevereiro 2011.

- [41] GUERREIRO, L. *Danos em pontes devido à acção sísmica - Textos sobre engenharia sísmica de pontes, de apoio ao Mestrado de Engenharia de Estruturas do Instituto Superior Técnico*. IST - UTL: Instituto Superior Técnico Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa - Portugal, Fevereiro 2011.
- [42] GUYAN, R. Reduction of stiffness and mass matrices. *AIAA Journal* 3, 2 (1965), 380.
- [43] HAUKSSON, F. Dynamic behaviour of footbridges subjected to pedestrian - induced vibrations. Master's thesis, Lund, Sweden - Lund, November 2005.
- [44] INTERNATIONAL STANDARDIZATION ORGANIZATION, ISO 10137. *Bases for Design of Structures - Serviceability of Buildings and Pedestrian Walkways against Vibration*. Geneva, 1991.
- [45] IPQ. *prEN1998-2 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 2: Bridges*. IPQ: Instituto Português da Qualidade, Bruxelas, Julho 2003.
- [46] IPQ. *NPEN1998-1 Eurocódigo 0: Base para projecto de estruturas*. IPQ: Instituto Português da Qualidade, Lisboa - Portugal, Março 2010.
- [47] IPQ. *NPEN1998-1 Eurocódigo 8: Projecto de estruturas para resistência aos sismos - Parte 1: Regras gerais, acções sísmicas e regras para edifícios*. IPQ: Instituto Português da Qualidade, Lisboa - Portugal, Março 2010.
- [48] IPQ. *NPEN1998-1 Eurocódigo 1: Acções em estruturas. Parte 1-1: Acções gerais. Pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios*. IPQ: Instituto Português da Qualidade, Lisboa - Portugal, Março 2010.
- [49] JARA, J., JARA, M., OLMOS, B., AND LÓPEZ, J. Criterio de selección de estructuras tipo de puentes para su evaluación sísmica. *Congresso internacional sobre patologia e recuperação de estruturas* (Junho 2010), 1 – 18.
- [50] JIANG, M., COROTIS, R., AND ELLIS, H. Optimal life-cycle costing with partial observability. *Journal of infrastructure systems* (june 2000), 56 – 66.
- [51] JOHNSON, R., PADGET, J., MARAGAKIS, E., DESROCHES, R., AND SAIDI, S. Large scale testing of nitinol shape memory alloy devices for retrofitting of bridges. *Smart materials and structures* (2008), 1 – 10.
- [52] KELLY, J. *Earthquake - Resistant Design with Rubber*, 1 ed. Springer - Verlag, 1993.
- [53] KIDDER, R. Reduction of structural frequency equations. *AIAA Journal* 11, 6 (1973), 892.
- [54] KRAMER, H., AND KEBE, H. Man-induced structural vibrations. *Der Bauingenieur* 54 (1979), 195 – 199.

- [55] MAGALHÃES, F. Identificação modal estocástica para validação de modelos experimental numérico. Master's thesis, FEUP : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto - Portugal, 2004.
- [56] MAGALHÃES, F., CAETANO, E., AND CUNHA, A. Desenvolvimento de software em matlab para identificação modal de pontes sob acções ambientais. *SÍSMICA - 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica* (2004), 758 – 766.
- [57] MAGALHÃES, F., CUNHA, A., AND CAETANO, E. Ensaios dinâmicos de viadutos ferroviários: Automatização de procedimentos de ensaio e processamento. *Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões* 14 (2007), 1 – 11.
- [58] MAIA, N., AND SILVA, J. *Theoretical and experimental modal analysis*. Research Studies Press Ltd., 1998.
- [59] MATSUMOTO, Y., NISHIOKA, T., SHIOJIRI, H., AND MATSUZAKI, K. Dynamic desing of footbridges. *IABSE Proceedings P - 17/78* (1978), 1 – 15.
- [60] MCLAMORE, V., HART, G., AND STUBBS, I. Ambient vibration of two suspension bridge. *ASCE Journal of the Structural Division* 97, ST10 (1971), 2567 – 2582.
- [61] MENDES, P., AND OLIVEIRA, S. *Análise Dinâmica de Estruturas: Utilização Integrada De Modelos De Identificação Modal e Modelos de Elementos Finitos*. LNEC: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa - Porugal, 2008.
- [62] MENDONÇA, J., AND ALMEIDA, M. *Memória Descritiva e Justificativa de Passagens Superiores de Peões com Componentes Pré-Fabricados em Betão e Metálicos*. EP: Estradas De Portugal, S.A., Lisboa - Portugal, Novembro 2010.
- [63] MIGUELA, L., AND MENEZESA, R. Mode shape expansion from data-based system identification procedures. *Mecânica Computacional XXV* (2006), 1593 – 1602.
- [64] MINISTRY OF TRANSPORTATION. *Ontario Highway Bridge Design Code Ontario Ministry of Transportation (OHBDC)*, 3rd edition ed. Toronto, 1983.
- [65] MIRANDA, L. Estudo e análise de uma ponte de arame: Um caso de reabilitação. Master's thesis, FEUP : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto - Portugal, Setembro 2006.
- [66] MIRANDA, L. Passadiços prefabricados de betão - concepção e projecto. Master's thesis, UM : Universidade do Minho, Minho - Portugal, Setembro 2011.
- [67] MOUTINHO, C., CUNHA, A., AND CAETANO, E. Análise experimental da eficiência de tdms para a atenuação da resposta sísmica de estruturas

- de edifícios. *SÍSMICA 2004 - 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica 6* (2004), 622 – 630.
- [68] MOUTINHO, R. Controlo passivo e activo de vibrações em pontes de peões. Master's thesis, FEUP : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto - Portugal, Novembro 1998.
- [69] MOUTINHO, R., CUNHA, A., AND CAETANO, E. Implementation of an active mass damper to control vibrations in a "live!" footbridge. *III Eccomas Thematic Conference on Smart Structures And Materials* (Julio 2007), 1 – 18.
- [70] NATIONAL BUILDING CODE OF CANADA, CHAPTER 4. *Serviceability Criteria for Deflections and Vibrations*, 1980.
- [71] NATÁRIO, I. *Apontamentos de Probabilidades e Estatística C 20072008*. FC, Monte da Caparica - Portugal, Fevereiro 2008.
- [72] PAULTRE, P., PROULX, J., AND TALBOT, M. Dynamic testing procedures for highway bridges using traffic loads. *Journal of Structural Engineering* 121, 2 (1995), 362 – 376, ASCE.
- [73] PEMICA, G. Dynamic load factors for pedestrian movements and rhythmic exercises. *Canadian Acoustics* (1990), 18, 2, 3–18.
- [74] PIMENTEL, R. *Vibrational Performance of Pedrestian Bridges Dueto Human-Induced Loads*. PhD thesis, University of Sheffield, Department of Civil & Structural Engineering, University of Sheffield, 1997.
- [75] PRIDHAM, B., AND WILSON, J. Subspace identification of vincent thomas suspension bridge ambient vibration data. *In Proc. 20th International Modal Anlaysis Conference* (December 2001), 596 – 604.
- [76] PUBLICO, J. Queda de ponte no ic19 nas mãos da procuradoria - geral da república, 12 Setembro 2012 www.publico.pt.
- [77] RITTER, A. *Timber Bridges Design, Construction, Inspection, and Maintenance*, vol. I. University Press of the Pacific, EUA - Washington, April 2005.
- [78] RODRIGUES, J. Identificação modal estocástica: métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil. Master's thesis, FEUP : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto - Portugal, 2004.
- [79] RODRIGUES, J., LEDESMA, M., AND SILVA, R. D. Ensaio de caracterização dinâmica da ponte da foz do rio dão. Tech. rep., LNEC: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Maio 2011.
- [80] RODRIGUES, J., LEDESMA, M., AND SILVA, R. D. Ensaio de caracterização dinâmica da ponte sobre o rio criz ii. Tech. rep., LNEC: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Maio 2011.

- [81] SANTOS, F. *Vibration Control With Shape-Memory Alloys In civil engineering structures*. PhD thesis, FCT - UNL: Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Nova de Lisboa, Monte da Caparica - Portugal, Março 2011.
- [82] SERVICE D'ETUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES. *SÉTRA, Assessment of vibration behaviour of footbridges under pedestrian loading*. Paris, october 2006.
- [83] SHIH, Y., TSUEI, G., ALLEMANG, J., AND BROWN, L. Complex mode identification function and its application to spatial domain parameter identification. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2, 4 (1988), 367 – 377.
- [84] SILVA, J. D. *Análise de vibrações sob acção humana na ponte pedonal sobre a linha vermelha - ilha do fundão (rio de janeiro)*. Master's thesis, FEUP : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto - Portugal, Setembro 2010.
- [85] SILVA, J. D., AND TAVARES, V. *Conversores Analógico/Digital e Digital/Analógico - Folhas de apoio Eletrónica 3*. FEUP : Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2005-2006.
- [86] STRUCTURAL VIBRATION SOLUTIONS APS. *SVS - ARTeMIS Extractor - Release 5.3*. Aalborg - Denmark, 2011.
- [87] TILLY, G., CULLINGTON, D., AND EYRE, R. Dynamic behaviour of footbridges. *IABSE Surveys* (1984), 26 – 84.
- [88] VARELA, J. *Vibrações induzidas por actividades humanas em pontes pedonais*. Master's thesis, FCT - UNL: Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Nova de Lisboa, Fevereiro 2010.
- [89] ŽIVANOVIĆ, S., PAVIC, A., AND REYNOLDS, P. Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. *Journal of Sound and Vibration* 279, 1-2 (2005), 1–74.
- [90] WELCH, P. The use of the fast fourier transform for the estimation of power spectra. *IEEE Transactions on Audio and Electro-Acoustics* AU-15, 2 (1967).
- [91] WHEELER, J. Prediction and control of pedestrian induced vibrations in footbridges. *J. Struc Div. ASCE* 108 (1982), 2045 – 2065.

Apêndice A

Transformada de Fourier

O presente anexo têm por objectivo mostrar o procedimento matemático aplicado para passar a equação do movimento, de um sistema estrutural, no domínio do tempo para o domínio da frequência, com base nas transformadas de Fourier.

Já se sabe que segundo [21, 19] o movimento de um oscilador de múltiplos graus de liberdade é regido pela equação matricial que se segue:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (\text{A.1})$$

As matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são a matriz de massa, amortecimento e rigidez do sistema, cujos elementos m_{ij} , c_{ij} e k_{ij} representam as forças generalizadas que ocorrem segundo o grau de liberdade i , quando no grau de liberdade j é induzida uma aceleração, uma velocidade ou um deslocamento unitário.

Os vectores $\ddot{\mathbf{u}}(t)$, $\dot{\mathbf{u}}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$ contêm as acelerações, velocidades e deslocamentos generalizados relativos a cada um dos graus de liberdade da estrutura, enquanto o vector $\mathbf{p}(t)$ contem as forças aplicadas segundo cada um dos graus de liberdade da estrutura.

Aplicando a transformada de Fourier a cada um dos seus membros da equação matricial A.1 [61, 55], obtém-se:

$$\mathfrak{F}[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t)] = \mathfrak{F}[\mathbf{p}(t)] \quad (\text{A.2})$$

Sendo a transformada de Fourier do vector dos deslocamentos e das forças dada respectivamente por:

$$\mathfrak{F}[\mathbf{u}(t)] = \mathbf{U}(\omega) \quad (\text{A.3})$$

$$\mathfrak{F}[\mathbf{P}(t)] = \mathbf{P}(\omega) \quad (\text{A.4})$$

e tomando as propriedades da transformada de Fourier para primeira e segunda derivada do vector dos deslocamentos temos respectivamente:

$$\mathfrak{F}[\dot{\mathbf{u}}(t)] = i \cdot \omega \cdot \mathbf{U}(\omega) \quad (\text{A.5})$$

$$\mathfrak{S}[\ddot{\mathbf{u}}(t)] = -\omega^2 \cdot \mathbf{U}(\omega) \quad (\text{A.6})$$

de onde se obtém uma nova expressão matricial, que relaciona, no domínio da frequência a resposta com a excitação:

$$-m \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{U}(\omega) + i \cdot \omega \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{U}(\omega) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{U}(\omega) = \mathbf{P}(\omega) \quad (\text{A.7})$$

Efectuando simplificações na equação anterior, escrita no domínio da frequência, chega-se à equação seguinte:

$$\mathbf{U}(\omega) = \frac{\mathbf{P}(\omega)}{-\omega^2 \cdot \mathbf{M} + i \cdot \omega \cdot \mathbf{C} + \mathbf{K}} \quad (\text{A.8})$$

Assim a solução matemática para a equação diferencial de segunda ordem A.1, definida no domínio da frequência, vem dada por:

$$\mathbf{U}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \cdot \mathbf{P}(\omega) \quad (\text{A.9})$$

onde $\mathbf{U}(\omega)$ e $\mathbf{P}(\omega)$, são vectores que representam as transformadas de Fourier da resposta e da excitação, respectivamente e $\mathbf{H}(\omega)$ é uma matriz composta por um conjunto de componentes $H(\omega)_{ij}$, as quais são funções de resposta em frequência (FRF) do sistema, que relacionam a resposta no grau de liberdade i com a força generalizada aplicada no grau de liberdade j . Esta matriz, relaciona-se com as matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} , que caracterizam o sistema estrutural, através da relação que se segue [18]:

$$\mathbf{H}(\omega) = [-\omega^2 \cdot \mathbf{M} + i \cdot \omega \cdot \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \quad (\text{A.10})$$

A FRF é uma função que, no domínio da frequência, caracteriza o comportamento da estrutura permitindo, desta forma, identificar aproximadamente a gama de frequências a que a estrutura tem tendência para vibrar.

Apêndice B

Matriz de rigidez

B.1 Matriz de rigidez dos elementos de apoio em neoprene

A rigidez conferida pelos aparelhos de apoio em neopreno pode ser sintetizada na matriz diagonal seguinte:

$$K_N = \begin{bmatrix} K_L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & K_V & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & K_T & 0 & 0 & 0 \\ & & & K_{\theta,L} & 0 & 0 \\ & SIM & & & K_{\theta,V} & \\ & & & & & K_{\theta,T} \end{bmatrix} \quad (B.1)$$

Tendo em conta os pressupostos referidos o capítulo 3, apresentam-se de seguida os valores da matriz de rigidez dos elementos de apoio em neoprene, em KN , m e rad .

$$K_{V/P} = \begin{bmatrix} 4.05E + 03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1E + 05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 4E + 03 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 3E + 02 & 0 & 0 \\ & SIM & & & 0 & \\ & & & & & 3E + 02 \end{bmatrix}$$

$$K_{C/R} = \begin{bmatrix} 2E + 04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 2E + 06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2E + 04 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1E + 03 & 0 & 0 \\ & SIM & & & 0 & \\ & & & & & 6E + 05 \end{bmatrix}$$

Entendam-se as nomenclaturas $K_{V/P}$ e $K_{C/R}$, como sendo, respectivamente, matriz de rigidez na zona de ligação Viga/Pilar e Cachorro/Rampa.

B.2 Matriz de rigidez dos ferrolhos

Para o cálculo da matriz de rigidez foram considerados os sistemas acoplados nos três planos espaciais tal como se representa na Figura B.1, considerando como sistema base um elemento bi-encastado.

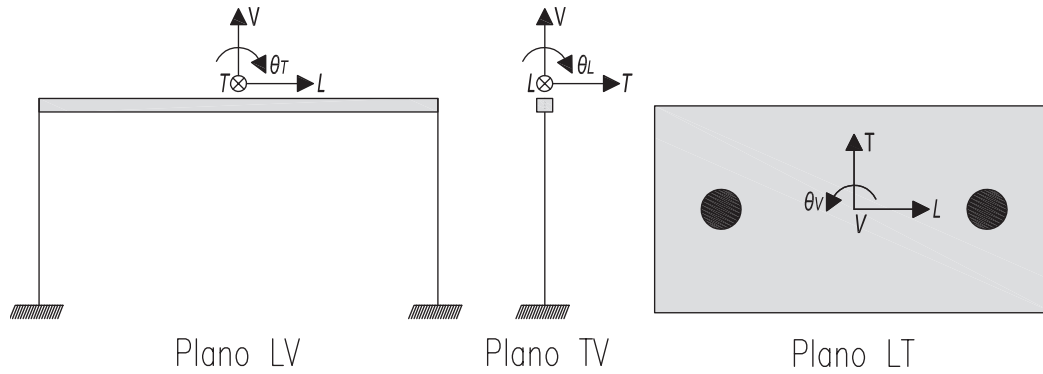


Figura B.1: Sistemas acoplados considerados nos três planos espaciais

Para os sistemas acoplados apresentados na Figura B.1 é possível conhecer a rigidez K_{ij} na direcção i quando é imposto um deslocamento nodal d_j de valor unitário, mantendo-se nulos os restantes deslocamentos assim como todas as solicitações de vão. Desta forma, a matriz de rigidez dos ferrolhos pode ser escrita na forma que se segue:

$$K_F = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LV} & K_{L\theta_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & K_{VV} & K_{V\theta_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & K_{\theta\theta_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & K_{TT} & K_{TV} & K_{T\theta_L} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & K_{VV} & K_{V\theta_L} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & K_{\theta\theta_L} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & K_{LL} & K_{LT} & K_{L\theta_V} \\ & & & & & & & K_{TT} & K_{T\theta_V} \\ & & & & & & & & K_{\theta\theta_V} \end{bmatrix}$$

Na zona de ligação da viga ao pilar (V/P) existem 2 varões $\phi 20$ de comprimento 30 mm e na zona de ligação cachorro ao pilar (C/R) 6 varões $\phi 16$ de comprimento 10 mm. O valor de módulo de elasticidade do aço, E , tem-se $E = 200 \text{ GPa}$ e os resultados que em seguida são apresentados vem dados em KN , m e rad .

B.2.1 Matriz de rigidez dos ferrolhos no plano LV

A matriz de rigidez dos ferrolhos no plano LV pode ser escrita na forma que se segue:

$$K_F = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LV} & K_{L,\theta_T} \\ SIM & K_{VV} & K_{V,\theta_T} \\ & & K_{\theta\theta_T} \end{bmatrix} \quad (B.2)$$

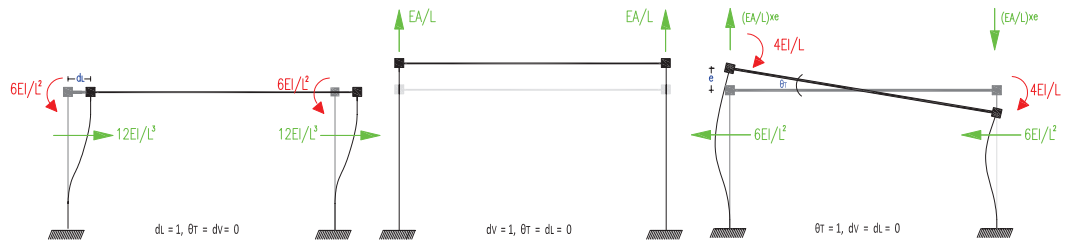


Figura B.2: Deformada e forças de fixação para do sistema porticado, Plano LV

o que resultata em:

$$K_{V/P} = \begin{bmatrix} 1E + 06 & 0 & -2E + 04 \\ & 4E + 06 & 3E + 05 \\ SIM & & 5E + 04 \end{bmatrix}$$

$$K_{C/R} = \begin{bmatrix} 5E + 07 & 0 & -2E + 05 \\ & 2E + 07 & 6E + 05 \\ SIM & & 9E + 04 \end{bmatrix}$$

B.2.2 Matriz de rigidez dos ferrolhos no plano TV

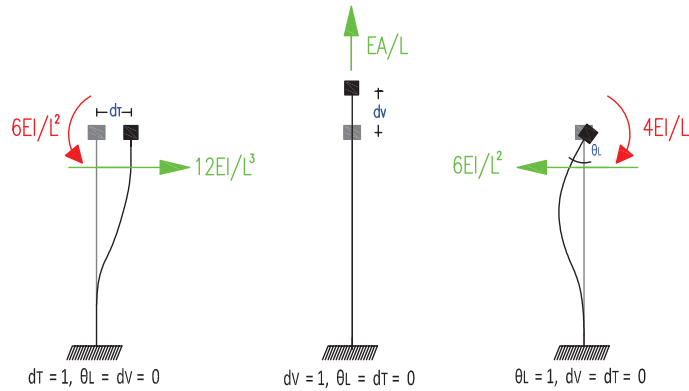


Figura B.3: Deformada e forças de fixação para do sistema porticado, Plano TV

No plano LV, a matriz de rigidez dos ferrolhos pode ser escrita na seguinte forma:

$$K_{F_{LV}} = \begin{bmatrix} K_{TT} & K_{TV} & K_{T,\theta_L} \\ & K_{VV} & K_{V,\theta_L} \\ & & K_{\theta\theta_L} \end{bmatrix} \quad (B.3)$$

o que resultata em:

$$K_{V/P} = \begin{bmatrix} 1E + 06 & 0 & -2E + 04 \\ & 4E + 06 & 0 \\ SIM & & 2E + 04 \end{bmatrix}$$

$$K_{C/R} = \begin{bmatrix} 5E + 07 & 0 & -2E + 05 \\ 2E + 07 & 0 & 0 \\ SIM & 5E + 04 & 0 \end{bmatrix}$$

B.2.3 Matriz de rigidez dos ferrolhos no plano LT

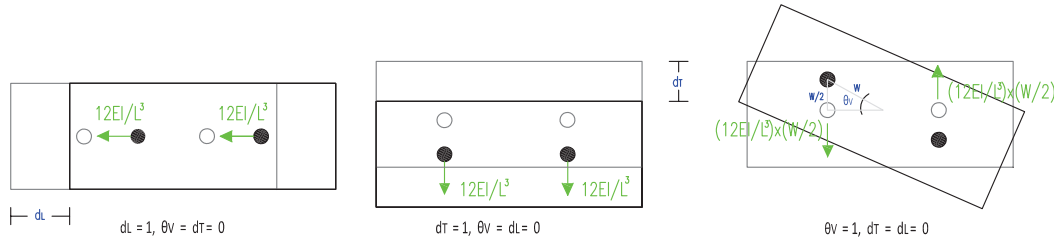


Figura B.4: Deformada e forças de fixação para do sistema porticado, Plano LT

A matriz de rigidez dos ferrolhos no plano LT pode ser escrita na forma que se segue:

$$K_{FLT} = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LT} & K_{L,\theta_V} \\ & K_{VV} & K_{T,\theta_V} \\ & & K_{\theta\theta_V} \end{bmatrix} \quad (B.4)$$

o que resultata em:

$$K_{V/P} = \begin{bmatrix} 1E + 06 & 0 & 0 \\ & 1E + 06 & 0 \\ SIM & & 3E + 04 \end{bmatrix}$$

$$K_{C/R} = \begin{bmatrix} 5E + 07 & 0 & 0 \\ & 5E + 07 & 0 \\ SIM & & 1E + 06 \end{bmatrix}$$

B.3 Sobreposição dos efeitos

Por fim, para se ter em conta a contribuição de ambos os elementos recorre-se ao princípio de sobreposição dos efeitos. Ordenando a matriz de rigidez dos ferrolhos de acordo com a ordem adoptada para a matriz de rigidez das lâminas de neoprene e somando as duas obtém-se a seguinte matriz:

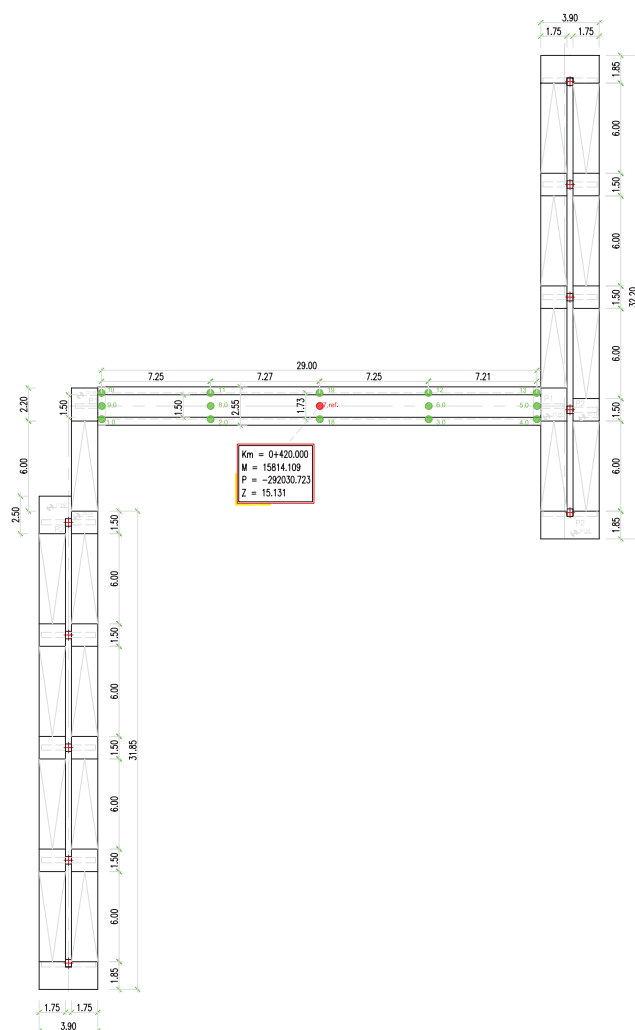
$$\begin{bmatrix} K_L + K_{LL} & K_{LV} & K_{LT} & 0 & K_{L,\theta_V} & K_{L,\theta_T} \\ & K_V + K_{VV} & K_{TV} & K_{V,\theta_L} & 0 & K_{V,\theta_T} \\ & & K_T + K_{TT} & K_{T,\theta_L} & K_{T,\theta_V} & 0 \\ & & & K_{\theta_L} + K_{\theta\theta_L} & 0 & 0 \\ & SIM & & & K_{\theta_V} + K_{\theta\theta_V} & 0 \\ & & & & & K_{\theta_T} + K_{\theta\theta_T} \end{bmatrix}$$

Obtendo-se:

$$K_{V/P} = \begin{bmatrix} 1,4E+6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,1E+4 \\ & 4,3E+6 & 0 & 3,1E+5 & 0 & 0 \\ & & 1,4E+6 & -2,1E+4 & 0 & 0 \\ & & & 2,4E+4 & 0 & 0 \\ & SIM & & & 3,1E+4 & 0 \\ & & & & & 4,7E+4 \end{bmatrix}$$

$$K_{C/R} = \begin{bmatrix} 4,6E+7 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,3E+5 \\ & 2,7E+7 & & 6,E+5 & 0 & 0 \\ & & 4,6E+7 & -2,3E+5 & 0 & 0 \\ & & & 4,6E+4 & 0 & 0 \\ & SIM & & & 1,0E+6 & 0 \\ & & & & & 7,0E+5 \end{bmatrix}$$

Configuração dos ensaios efectuados



97

Tabela C.1: Localização dos geofones nos sete *setups*

Configuração	G1 Ponto	G2, ref. Ponto	G3 Ponto
1	11	7,ref.	3
2	2	7,ref.	12
3	8	7,ref.	6
4	19	7,ref.	18
5	1	7,ref.	13
6	10	7,ref.	4
7	9	7,ref.	5

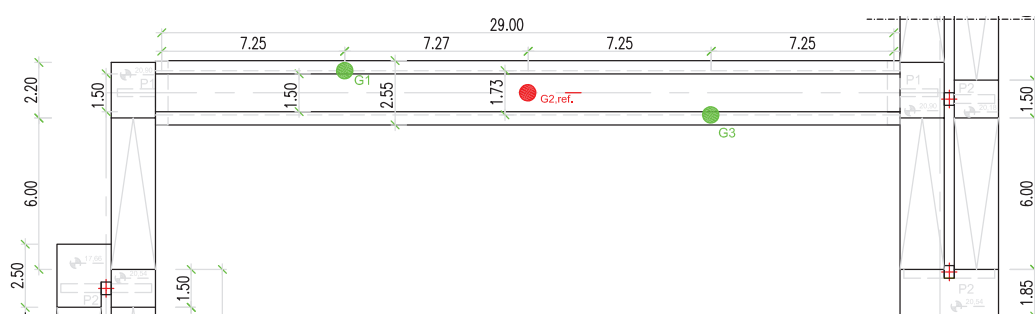


Figura C.2: Configuração 01

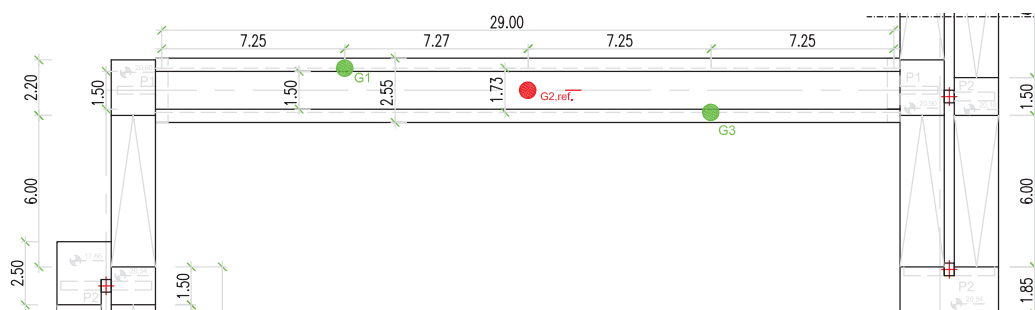


Figura C.3: Configuração 02

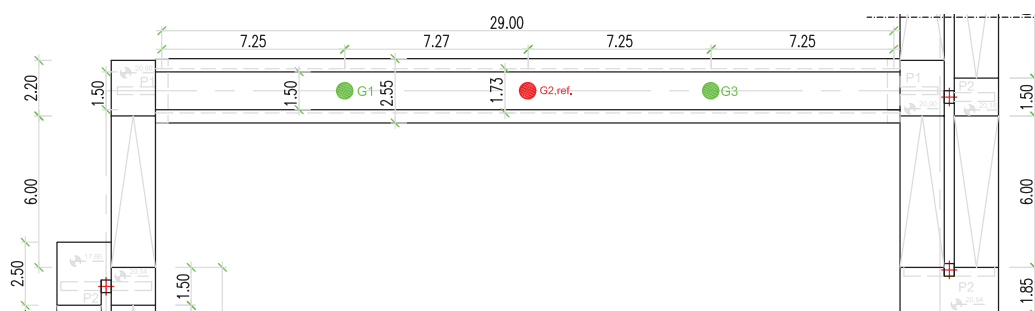


Figura C.4: Configuração 03

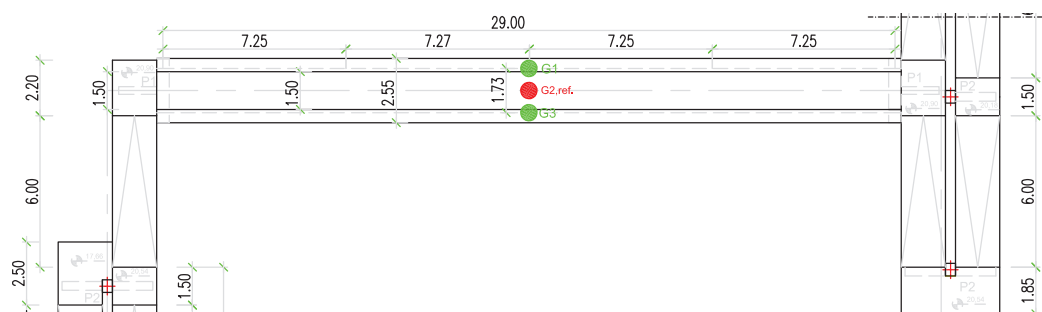


Figura C.5: Configuração 04

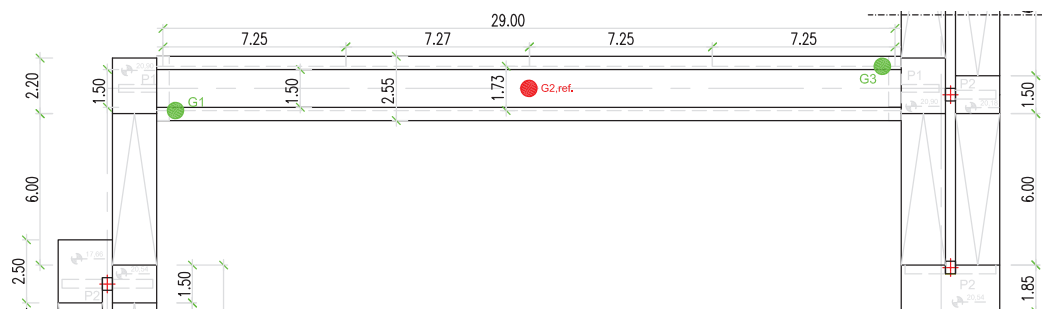


Figura C.6: Configuração 05

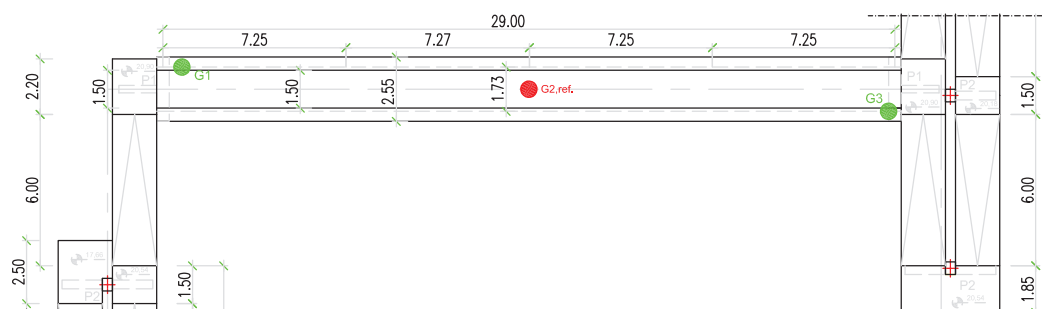


Figura C.7: Configuração 06

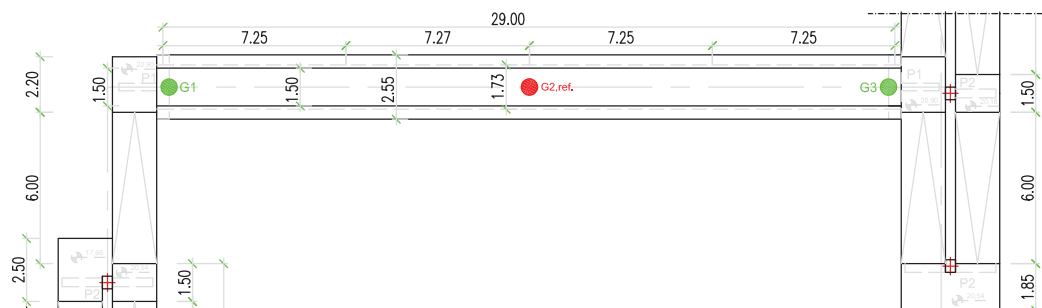


Figura C.8: Configuração 07